

ALEX SORIA MEDINA

**CLASSIFICAÇÃO DE TEODOLITOS E ESTAÇÕES TOTAIS
NA UFPR**

Dissertação apresentada como requisito
parcial à obtenção do grau de Mestre.
Curso de Pós-Graduação em Ciências
Geodésicas. Universidade Federal do
Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas

Co-orientador: Prof. Carlos Aurélio Nadal MSc.

CURITIBA

1998

Catálogo na fonte
Selma Regina Ramalho Conte – CRB-9/888

Soria Medina, Alex

Classificação de teodolitos e estações totais na UFPR / Alex Soria Medina. – Curitiba, 1998.

xv, 108 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.

1. Levantamentos topográficos – Normas técnicas. 2. Levantamentos topográficos – Classificação. I. de Freitas, Sílvio Rogério Correia. II. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências da Terra I. Título.

TERMOS LIVRES: Teodolitos. Estações totais

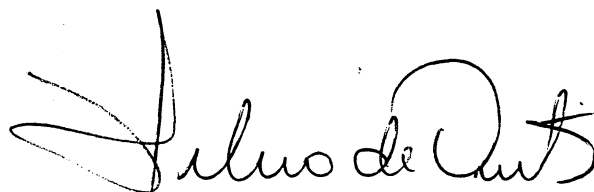
CDD. 526.98

“CLASSIFICAÇÃO DE TEODOLITOS E ESTAÇÕES TOTAIS NA UFPR”

POR

ALEX SORIA MEDINA

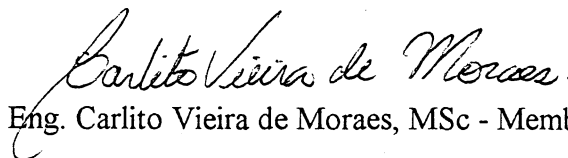
Dissertação aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas -
Orientador e Presidente - UFPR



Prof. Carlos Aurélio Nadal, MSc. – Co-Orientador - UFPR



Eng. Carlito Vieira de Moraes, MSc - Membro - ITESP



Prof. Dr. Nicola Paciléo Netto – Membro - USP

*“Depois de todos os nossos estudos,
adquirimos somente aquilo
que pomos em prática”
Johann Wolfgang von Goethe*

AGRADECIMENTOS

Ao curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas do Departamento de Geomática do Setor de Ciências da Terra, pela excelência de seus professores e por ter colocado à disposição, a fim de realizar este trabalho, todos os recursos existentes.

Ao Prof. Dr. Sívio Rogério Correia de Freitas e ao Prof. Carlos Aurélio Nadal MSc., pela brilhante, competente e dedicada orientação desta dissertação e sem os quais este trabalho não seria possível.

Ao Conselho Nacional de Pesquisa CNPq, pela concessão da bolsa de estudo.

Ao Laboratório de Aferição e Instrumentação Geodésica, no nome do Prof. Pedro Luis Faggion e aos bolsistas Rodrigo Souza Barneche, Daniel Carvalho Granemann, Andrea Faria Andrade, Marlo Antônio Ribeiro Martins, Patrícia Pedro Castro, Rafael Correia de Freitas e Eno Darci Saadkamp, pela colaboração na realização da parte experimental deste trabalho.

À Prefeitura do Centro Politécnico pela construção dos pilares da base de classificação.

À Sra. Verali Mônica Kleuser Reguilin, secretária do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, pelo atendimento e alegria sem igual.

Aos sempre amigos, Sílvia Soares Schwab, Jucilei Cordini, Sergio Mauri Fabri, pelos incentivos e constante apoio.

Ao colega Sívio Jacks dos Anjos Garnés pelas valiosas sugestões apresentadas para este trabalho.

A todos os colegas e professores do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pelo profissionalismo e amizade.

À Simone por todo o apoio, carinho e compreensão, que nas horas mais críticas não poupou incentivos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABELAS.....	x
LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS.....	xi
RESUMO.....	xiv
RESUMEN.....	xv
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.2.1 Objetivo Geral.....	3
1.2.2 Objetivos Específicos.....	3
1.3 JUSTIFICATIVA.....	4
1.4 NOÇÕES DE ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA.....	4
2 CONSTRUÇÃO E CARACTERÍSTICA DA BASE.....	6
2.1 GEOMETRIA DA BASE.....	9
2.2 ANÁLISE GEOTÉCNICA DO SUBSOLO.....	10
2.3 DIMENSIONAMENTO E CONSTRUÇÃO DOS PILARES.....	11
3 FATORES QUE AFETAM A PRECISÃO DAS MEDIDAS ANGULARES.....	18
3.1 REGRA GERAL.....	18
3.2 MEDIDA ANGULAR SIMPLES.....	18
3.3 MEDIDAS DE DIREÇÕES EM SÉRIE - REITERAÇÃO	19
3.4 ERROS QUE AFETAM A PRECISÃO ANGULAR	21

3.4.1	Erro do Eixo de Colimação.....	22
3.4.2	Erro do Eixo Secundário ou Horizontal.....	26
3.4.3	Erro do Eixo Principal ou Vertical.....	29
3.4.4	Excentricidade da Alidade.....	32
3.4.5	Excentricidade do Eixo de Colimação.....	35
3.4.6	Erros de Graduação do Limbo.....	36
4	APLICAÇÃO DA NORMA - NBR 13133.....	37
4.1	METODOLOGIA E CONFIGURAÇÃO PROPOSTA PELA NORMA NBR 13133.....	38
4.1.1	Equações de Observação.....	39
5	MÉTODO PARAMÉTRICO PARA CÁLCULO DO DESVIO-PADRÃO DE UMA DIREÇÃO	49
5.1	TESTE QUI-QUADRADO DA FORMA QUADRÁTICA χ^2 NA COMPARAÇÃO ENTRE σ_0^2 E $\hat{\sigma}_0^2$	54
5.2	TESTE <i>DATA SNOOPING</i> NA DETECÇÃO DE ERROS GROSSEIROS	55
5.2.1	Conceito Teórico.....	56
5.3	SIMULAÇÃO COM OS CÁLCULOS PARA O AJUSTAMENTO.....	59
6	DETERMINAÇÃO DAS DIREÇÕES "PADRÃO" DA BASE.....	70
6.1	DETERMINAÇÃO DAS DIREÇÕES "PADRÃO" COM O DKM3.....	71
6.1.1	Características do teodolito DKM3.....	71
6.1.2	Cálculo das Direções "Padrão".....	73
7	OBSERVAÇÕES COM UM TEODOLITO UNIVERSAL T2 ADQUISIÇÃO DOS DADOS, ANÁLISE DOS RESULTADOS E CLASSIFICAÇÃO.....	80

7.1	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	80
8	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	92
8.1	CONCLUSÕES.....	92
8.2	RECOMENDAÇÕES.....	93
	ANEXOS.....	94
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	106

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – MAPA DE LOCALIZAÇÃO.....	7
FIGURA 2 – ILUSTRAÇÃO DO DETALHE.....	8
FIGURA 3 – GEOMETRIA DA BASE DA UFPR.....	9
FIGURA 4 – ESTRUTURA DOS PILARES.....	14
FIGURA 5 – PLANTA BAIXA DAS SAPATAS E PILARES.....	15
FIGURA 6 – FERRAGENS DOS PILARES.....	16
FIGURA 7 – CENTRAGEM FORÇADA.....	17
FIGURA 8 – ERRO DE COLIMAÇÃO.....	24
FIGURA 9 – ERRO DO EIXO SECUNDÁRIO.....	28
FIGURA 10 – ERRO DO EIXO PRINCIPAL.....	32
FIGURA 11 – EXCENTRICIDADE DA ALIDADE.....	34
FIGURA 12 – EXCENTRICIDADE DO EIXO DE COLIMAÇÃO.....	35
FIGURA 13 – BASE DE OBSERVAÇÃO.....	38
FIGURA 14 – CONFIGURAÇÃO DOS PONTOS.....	59
FIGURA 15 – RESÍDUOS (V) X LEITURAS EM 17/06/98.....	77
FIGURA 16 – TESTE DATA - SNOOPING EM 17/06/98 RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS.....	77
FIGURA 17 – RESÍDUOS (V) X LEITURAS.....	78
FIGURA 18 – TESTE DATA - SNOOPING EM 22/06/98 RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS.....	78

FIGURA 19 – RESÍDUOS (V) X LEITURAS.....	84
FIGURA 20 – RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS.....	84
FIGURA 21 – RESÍDUOS (V) X LEITURAS.....	86
FIGURA 22 – RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS.....	86
FIGURA 23 – RESÍDUOS (V) X LEITURAS.....	88
FIGURA 24 – RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS.....	88
FIGURA 25 – RESÍDUOS (V) X LEITURAS.....	90
FIGURA 26 – RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS.....	90

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – DADOS DA BASE DA UFPR.....	10
TABELA 2 – DADOS DO NVELAMENTO DA BASE.....	13
TABELA 3 – MEDIÇÃO ANGULAR SIMPLES.....	19
TABELA 4 – MEDIDAS DE DIREÇÕES EM SÉRIE.....	21
TABELA 5 - CLASSIFICAÇÃO DE TEODOLITOS.....	37
TABELA 6 – VALORES REGISTRADOS COM O TEODOLITO T2.....	47
TABELA 7 – CÁLCULO DO DESVIO-PADRÃO.....	48
TABELA 8 – NÍVEIS DE CONFIANÇA E VALORES CRÍTICOS PARA O TESTE <i>DATA - SNOPING</i>	59
TABELA 9 – CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DO TEODOLITO DKM3.....	72
TABELA 10 – OBSERVAÇÕES, RESÍDUOS E RESÍDUOS PADRONIZADOS EM 17/06/98.....	73
TABELA 11 – OBSERVAÇÕES, RESÍDUOS E RESÍDUOS PADRONZADOS EM 22/06/98.....	75
TABELA 12 – VALORES OBTIDOS EM 17/06/98 E 22/06/98.....	79
TABELA 13 – CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DO TEODOLITO UNIVERSAL T2	82
TABELA 14 – DADOS DO TEODOLITO T2 EM 01/07/98.....	83
TABELA 15 – DADOS DO TEODOLITO T2 EM 01/07/98.....	85
TABELA 16 – DADOS DO TEODOLITO T2 EM 07/07/98.....	87
TABELA 17 – DADOS DO TEODOLITO T2 EM 07/07/98.....	89
TABELA 18 – DIREÇÕES DO T2 E DIREÇÕES PADRÃO.....	91

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

ABNT	ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS
DIN	DEUTSCHER INSTITUT FÜR NORMUNG
H_0, H_1	HIPÓTESE NULA E HIPÓTESE ALTERNATIVA DO TESTE DE HIPÓTESES
IBGE	INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA
MED	MEDIDORES ELETRÔNICOS DE DISTÂNCIAS
NBR	NORMA BRASILEIRA
${}_nN_u$	MATRIZ DOS COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES NORMAIS NO MÉTODO PARAMÉTRICO
MVC	MATRIZ VARIÂNCIA-COVARIÂNCIA
SPT	STANDARD PENETRATION TEST
UFPR	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
${}_nU_1$	VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTES DAS EQUAÇÕES NORMAIS NO MÉTODO PARAMÉTRICO
${}_nV_1$	VETOR DOS RESÍDUOS
d_i	DISTÂNCIAS
(c)	ERRO DO EIXO DE COLIMAÇÃO
HH'	EIXO SECUNDÁRIO

(i)	ERRO DO EIXO DE SECUNDÁRIO
K	VALORES CRÍTICOS NO TESTE <i>DATA SNOOPING</i>
l_b	ÂNGULO OBSERVADO
L_a	VETOR DOS VALORES AJUSTADOS
L_b	VETOR DOS VALORES OBSERVADOS
P_i	PILARES
PD	POSIÇÃO DIRETA
PI	POSIÇÃO INVERSA
ρ	FATOR QUE TRANSFORMA QUANTIDADES DADAS EM RADIANOS PARA QUANTIDADES EM SEGUNDOS DE ARCO
r_i	NÚMEROS-REDUNDÂNCIA OU REDUNDÂNCIA PARCIAL NO TESTE <i>DATA - SNOOPING</i>
sen	SENO
tg	TANGENTE
W'	EIXO HORIZONTAL
(v)	ERRO DO EIXO PRINCIPAL
v	RESÍDUO ALEATÓRIO
w_i	RESÍDUO-PADRONIZADO NO TESTE <i>DATA SNOOPING</i>
X_a	VETOR DOS VALORES AJUSTADOS
X_0	VETOR CORREÇÃO
X_i	ÂNGULOS CALCULADOS
x	INCÓGNITA (ÂNGULO AJUSTADO)
ZZ'	EIXO DE COLIMAÇÃO

z	INCÓGNITA DE ORIENTAÇÃO
$1 - \alpha$	NÍVEL DE CONFIANÇA
ξ	ÂNGULO VERTICAL
ν	NÚMEROS DE GRAUS DE LIBERDADE DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI-QUADRADO
$\hat{\sigma}_0$	DESVIO-PADRÃO DOS RESÍDUOS
$\hat{\sigma}_0^2$	VARIÂNCIA DA UNIDADE DE PESO <i>A POSTERIORI</i>
χ^2	ESTATÍSTICA DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI-QUADRADO
χ'^2	ESTATÍSTICA CALCULADA DA DISTRIBUIÇÃO DE QUI-QUADRADO
$\sum L_a$	MVC DOS VALORES OBSERVADOS AJUSTADOS
$\sum L_b$	MVC DOS VALORES OBSERVADOS
$\sum v$	MVC DOS RESÍDUOS
$\sum x$	MVC DAS CORREÇÕES

RESUMO

O principal motivo deste trabalho consiste na implementação de uma base de classificação de teodolitos e estações totais na Universidade Federal do Paraná. Para esta implementação utilizou-se os critérios estabelecidos pela norma NBR 13133: Execução de levantamentos topográficos - procedimentos: cinco pilares, sendo um deles central e os outros quatro dispostos num arco maior que 90°, porém em um mesmo plano horizontal e a uma distância mínima de 185m em relação ao central. A classificação destes instrumentos é baseada no cálculo do desvio-padrão das observações, que de acordo com a referida norma, devem ser efetuadas em quatro séries, nas duas posições da luneta. O procedimento de cálculo do desvio-padrão para a classificação efetuou-se conforme estabelecido na norma e também pelo método paramétrico de ajustamento das observações, sendo este seguido de um teste Qui-Quadrado χ^2 para avaliação das observações e do teste *data – snooping* para a detecção dos erros grosseiros.

RESUMEN

El principal motivo de este trabajo consiste en la implantación de una base de clasificación de los teodolitos y de las estaciones totales en la *Universidad Federal do Paraná*. Para esta implementación se utilizó los criterios establecidos por la norma NBR 13133: cinco pilares, siendo que uno de ellos es central y los otros cuatro dispuestos en un arco mayor que 90°, situados en un plano horizontal y a una distancia mínima de 185m en relación al central. La clasificación de estos instrumentos es basada en el cálculo de la desviación estándar de las observaciones, que de acuerdo con dicha norma, deben ser efectuadas en cuatro series, en las dos posiciones del anteojo. El procedimiento del cálculo con lo establecido en la norma y también con el método de parámetros, siendo este seguido de un test Chi - Cuadrado χ^2 para la evaluación de las observaciones y de un test *data - snooping* en la detección de errores groseros.

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As obras da engenharia tais como: construção de edifícios, barragens, estradas, túneis, ferrovias, sistemas de abastecimento de águas, esgotos sanitários, irrigação, demarcações, necessitam de levantamentos plani-altimétricos, sejam topográficos ou geodésicos. Para execução destes levantamentos utiliza-se teodolitos, distanciômetros e estações totais que possibilitam medições das direções e de distâncias.

Face aos critérios de qualidade exigidos nos levantamentos Geodésicos e Topográficos é inquestionável a necessidade de serem efetuadas calibrações e classificações nos equipamentos a serem utilizados. Além do mais é uma forma de atender as prescrições técnicas indicadas nas especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos (IBGE, 1983) e das normas de execução de levantamentos topográficos (ABNT, 1994).

A precisão pretendida em um levantamento depende, dentre outros fatores, da precisão do equipamento utilizado. Portanto, é necessário estabelecer uma metodologia de controle da precisão destes equipamentos, sendo assim possível garantir que as observações atendam as especificações da execução de levantamentos topográficos ou geodésicos. Para isto, é necessário dispor de uma metodologia de classificação desses instrumentos.

A Norma Brasileira NBR 13133 da ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas), de maio de 1994, que se refere a levantamentos topográficos e geodésicos, traz no seu bojo um item que mostra como deve ser executada a

classificação dos equipamentos utilizados em Topografia e Geodésia. Esta norma está, por sua vez, baseada na norma Alemã *DIN 18723 Teil 3: Feldverfahren zur genauigkeitsuntersuchung Geodätischer Instrumente; Theodolite*.

A classificação de teodolitos é normalmente definida pelos fabricantes; em caso contrário, deve ser efetuada por entidades oficiais e/ou universidades, em bases apropriadas para as suas classificações (ABNT, 1994, p.6).

Internacionalmente quando se trata de classificação de teodolitos a norma utilizada pela maioria das principais fábricas de instrumentos é a Norma Alemã DIN 18723 Teil 3. Contudo, tem sido demonstrado, na prática, que esta primeira classificação deve ser repetida periodicamente, por causa do uso e conseqüentemente o desgaste natural destes instrumentos e assim termos um controle destes equipamentos. A Norma Brasileira NBR-13133 propõe uma metodologia e modelo para base de classificação; no entanto, diversos aspectos relacionados com modelos matemáticos, estabilidade dos pilares, controle ambiental e outras alternativas possíveis não são nela discutidos. Desta forma, é de fundamental importância introduzir esta discussão em vista da necessidade de garantir qualidade e aperfeiçoamento destes procedimentos.

Mediante esta dissertação tem-se o objetivo de testar a aplicação de uma base de pilares para classificação de teodolitos de acordo com a Norma Brasileira NBR 13133, implementada com outros recursos, tais como controle de temperatura, estabilidade dos pilares e centragem forçada.

O processo de base com pilar central sugerido pela Norma Brasileira NBR-13133, estabelece uma comparação entre um conjunto de medidas observadas

com outras conhecidas, permitindo assim a classificação e a determinação de erros sistemáticos próprios destes instrumentos.

Pretende-se que o experimento na base da Universidade Federal do Paraná venha contribuir com a normatização no que diz respeito às especificações não abrangidas e que devem ser levadas em conta quando para sua construção tais como: geometria da base, estabilidade dos pilares, adequação da centragem forçada, controle das condições ambientais (temperatura, refração) e suas influências, como também estender esta classificação para as estações totais com respeito as medidas angulares.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Estabelecer experimento metodológico de controle da precisão de teodolitos e estações totais em medidas angulares horizontais, de modo a atender as especificações preestabelecidas pela Norma Brasileira NBR 13133, com vista a classificação destes equipamentos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- a) realizar estudos sobre tipos e formas dos pilares a serem implantados;
- b) apresentar vantagens e possíveis desvantagens sobre a metodologia proposta na Norma Brasileira NBR 13133;
- c) realizar estudos sobre a influência da temperatura nos pilares;
- d) tratar de técnicas de ajustamento das observações que sejam mais adequadas ao projeto, considerando vantagens e desvantagens;

- e) estabelecer base usando o teodolito DKM3 (precisão nominal de 0,5") como padrão de comparação com os outros teodolitos e estações totais de precisões nominais menores a serem classificados;
- f) realizar estudos sobre estabilidade dos pilares;
- g) estabelecer uma correspondência entre um conjunto de medidas realizadas pelo teodolito DKM3 sobre a base com outras fornecidas pelo fabricante;
- h) verificar, controlar e determinar erros sistemáticos, tais como: pontaria, graduação do limbo, mudança de temperatura, mal formações dos alvos.

1.3 JUSTIFICATIVA

Com a tendência das empresas de possuírem certificados de calibração e classificação dos instrumentos utilizados nos levantamentos topográficos e geodésicos, percebeu-se a importância da implantação de uma base de campo para classificação desses instrumentos, no ambiente da Universidade Federal do Paraná.

Assim a base vem complementar o Laboratório de Aferição e Instrumentação Geodésica da UFPR, como também dar condições aos usuários que trabalham com esses equipamentos vinculados ao Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas.

1.4 NOÇÕES DE ORGANIZAÇÃO DA PESQUISA

É clara, de acordo com a argumentação precedente, a importância da classificação dos instrumentos topográficos e geodésicos, o que conduz a uma melhoria no que diz respeito aos levantamentos. Em vista desta necessidade foi

estabelecido o projeto de construção da base para classificação destes instrumentos.

No segundo capítulo, são feitas considerações preliminares para a construção da base, estudo da geometria, estudo do subsolo, estudo do dimensionamento dos pilares e das características da base no âmbito da Universidade Federal do Paraná.

No terceiro capítulo, são enfocadas as considerações a respeito dos erros que afetam as observações angulares, sua formulação, suas influências, suas conseqüências e como eles são eliminados ou minimizados.

No quarto capítulo, é mostrada a aplicação da norma mediante a classificação de um teodolito.

No quinto capítulo, é feita a aplicação do Método Paramétrico de ajustamento de observações, realizando-se testes estatísticos como: teste Qui-quadrado e o teste *Data-snooping*.

No sexto capítulo, calcula-se as direções “padrão” vislumbrando a utilização da base para futuras calibrações de teodolitos, possibilitando evidenciar as características do equipamento com o qual foram realizadas estas observações, a adequação da seqüência dos cálculos destas direções, sua qualidade e resultados.

No sétimo capítulo, mostra-se os procedimentos da aquisição dos dados e faz-se a análise dos resultados obtidos na classificação de um teodolito, no caso o teodolito Universal T2.

No oitavo capítulo, são feitas as conclusões e recomendações referentes a esta pesquisa.

2 CONSTRUÇÃO E CARACTERÍSTICAS DA BASE

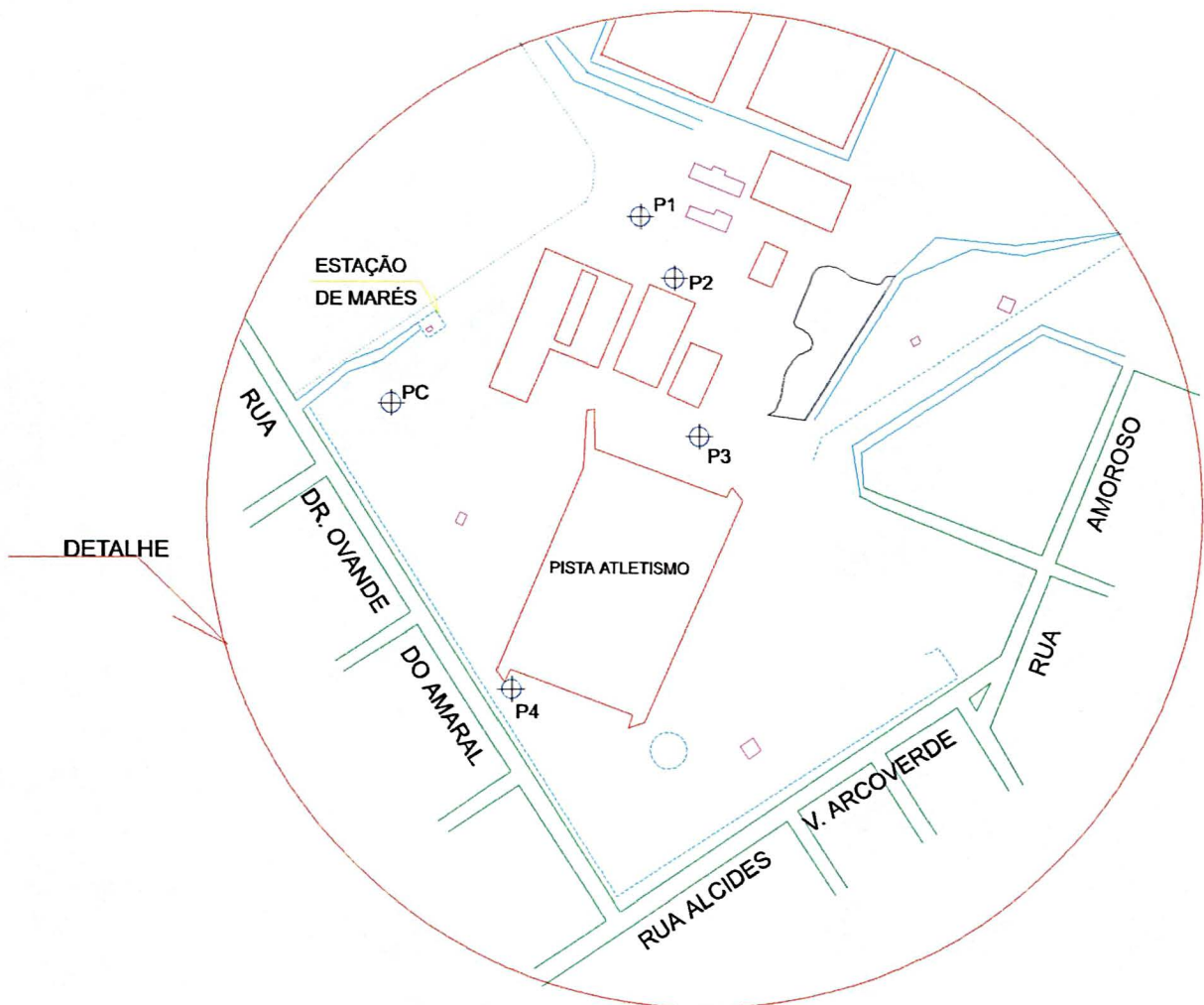
Após vários estudos realizados nas dependências da Universidade Federal do Paraná, verificou-se que uma das áreas do Centro Politécnico, isto é a área do Centro de Educação Física e Desportos, atende adequadamente as condições necessárias para implantação da base de classificação, em virtude das características seguintes:

- área relativamente plana;
- distância mínima exigida pela norma entre o pilar central e os pilares alvos de 185m;
- alvos distribuídos em um arco maior do que 90°;
- pilares que possibilitam a locação dos alvos no mesmo plano.

Além destas características, a área facilita o deslocamento de pessoal e também o transporte dos equipamentos, o que atende desta maneira os usuários do próprio Estado e dos estados do sul do Brasil, tendo como referência o Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná, mas propriamente o Laboratório de Instrumentação e Aferição Geodésica.

As figuras 1 e 2 mostram a localização da base de classificação dentro do Centro Politécnico.

FIGURA 2 - ILUSTRAÇÃO DO DETALHE



2.1 GEOMETRIA DA BASE

Localizada ao redor da pista de atletismo do Centro de Educação Física e Desportos, esta base de classificação da UFPR é constituída de 5 (cinco) pilares, dos quais 4 (quatro) estão colocados em um arco maior que 90° e a uma distância de 185 metros de 1 (um) pilar central, possibilitando assim a observação das direções necessárias para uma classificação segundo a NBR 13133.

A figura 3 ilustra a geometria da base e a tabela 1 mostra os dados angulares e lineares.

FIGURA 3 - GEOMETRIA DA BASE DE CLASSIFICAÇÃO

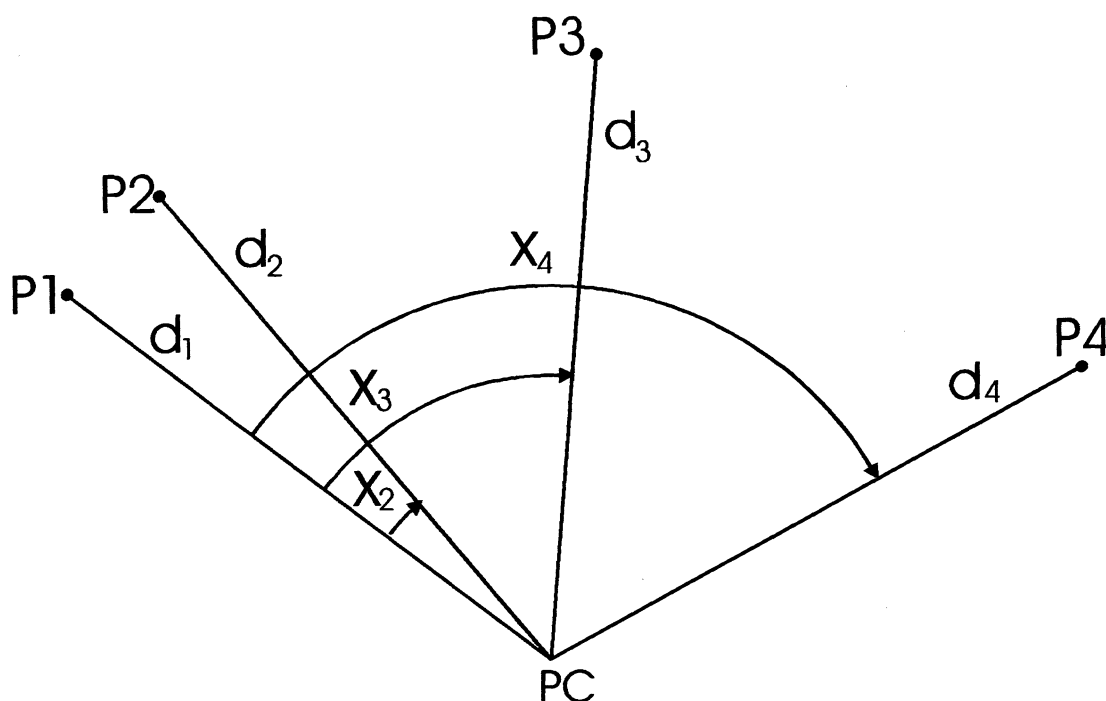


TABELA 1 - DADOS DA BASE DA UFPR

Ângulos	
X_2	09° 08' 30,30"
X_3	45° 09' 12,60"
X_4	100° 54' 31,65"
Distâncias	
d_1	184,955 m
d_2	184,995 m
d_3	185,045 m
d_4	185,093 m

2.2 ANÁLISE GEOTÉCNICA DO SUBSOLO

Um dos pressupostos estabelecidos foi o da estabilidade da base. Para permitir esta estabilidade é necessário realizar uma análise geotécnica do subsolo no local da pesquisa através de uma sondagem direta de simples reconhecimento, usualmente denominada sondagem à percussão. Entre os resultados deste tipo de análise destaca-se o perfil do terreno (camadas de solos atravessadas e nível d'água), e uma noção da resistência a cada metro de perfuração através do ensaio de SPT (*Standard Penetration Test*). Trata-se do método mais empregado nas obras de engenharia do Brasil, e em diversos outros países, especialmente em estudos de terreno para projetos de fundações.

No caso da base, até a profundidade atingida pela sondagem (oito metros), o terreno encontrado pertence a formação Guabirotuba, de grande importância por sua significativa presença na região metropolitana de Curitiba. Sua elevada

consistência e baixa compressibilidade, tornam-no adequado a fundações e contenções.

Na sondagem em questão, conforme o Relatório Análise Geotécnica da empresa Fundestac Engenharia de Fundações Ltda., apresentados nos anexos, esse material apresenta consistência muito elevada desde o primeiro ensaio SPT realizado a um metro abaixo da superfície, e tal característica mantém-se elevada ou aumenta ainda mais com a profundidade.

2.3 DIMENSIONAMENTO E CONSTRUÇÃO DOS PILARES

Com a análise geotécnica realizada no local onde seriam construídos os pilares (estaca, sapata e pilar) foi possível dimensioná-los e estabelecer a profundidade das estaca. Se penetrássemos 2 (dois) metros abaixo da superfície do solo teríamos a estabilidade pretendida para a realização da nossa pesquisa, assim optamos pela construção dos pilares assentados em sapata e estacas mostrados nas figuras 4, 5 e 6.

As estacas foram construídas com diâmetros de 30 cm e comprimento variando em torno de 1,60 m. Estas estacas foram moldadas *in loco* em concreto tendo um traço de 1:3:3, (sendo uma parte de cimento, três partes de areia e três partes de brita) e uma armação de ferro de 3/8 (CA 50A) de diâmetro e estribo de ferro de 1/4 (CA 50A). Estas estacas serviram de sustento para as sapatas; portanto, foi tomado o cuidado de deixar ferros de espera para amarrá-las.

Cada sapata é um prisma cuja altura mede 0,30 m e cuja base é um triângulo equilátero, de lado 1,20 m. Esta sapata é constituída de uma armadura de ferro de 0,375 cm (CA-50A) de diâmetro e estribo de ferro 0,25 cm (CA-50A) de

diâmetro a qual foi preenchida com concreto com traço 1:3:3 e apoiadas sobre as estacas, deixando também ferros de espera para amarrar ao pilar que viria em cima.

Para os pilares estabeleceu-se sua construção em forma circular com diâmetro de 0,40 m e altura variável de acordo com os desníveis do terreno. Para determinar esta altura foi realizado um nivelamento geométrico de precisão. Na construção dos pilares utilizou-se manilhas pré-fabricadas que foram colocadas acima das sapatas e receberam uma armação de ferro de 0,375 cm (CA-50A) de diâmetro e estribo de ferro 0,25 cm (CA-50A) de diâmetro, posteriormente preenchidas com concreto, tendo um traço de 1:3:3.

Ainda para minimizar os erros de centragem e melhorar a estabilidade dos instrumentos a serem classificados, foram adotadas centragens forçadas para garantir que os instrumentos colocados no topo do pilar ocupem sempre a mesma posição. O sistema de centragem forçada utilizado foi construído em alumínio tendo uma forma circular com 0,18 m de diâmetro e 0,02 m de espessura, o qual foi fixado no pilar através de três parafusos dispostos simetricamente, formando um triângulo equilátero, ajudando desta maneira o nivelamento da mesma, no momento da sua instalação. A parte central da centragem forçada comporta um parafuso universal onde pode ser colocado o instrumento. Desta forma, o equipamento fica apoiado no topo do pilar evitando deslocamentos horizontais. Vale ressaltar que este parafuso pode ser retirado caso o instrumento a ser classificado não possua a mesma rosca, substituindo por um outro que seja apropriado ao equipamento que se deseja classificar. Nas figuras 4,5, 6 e 7 são ilustradas a estrutura do pilar e a centragem forçada.

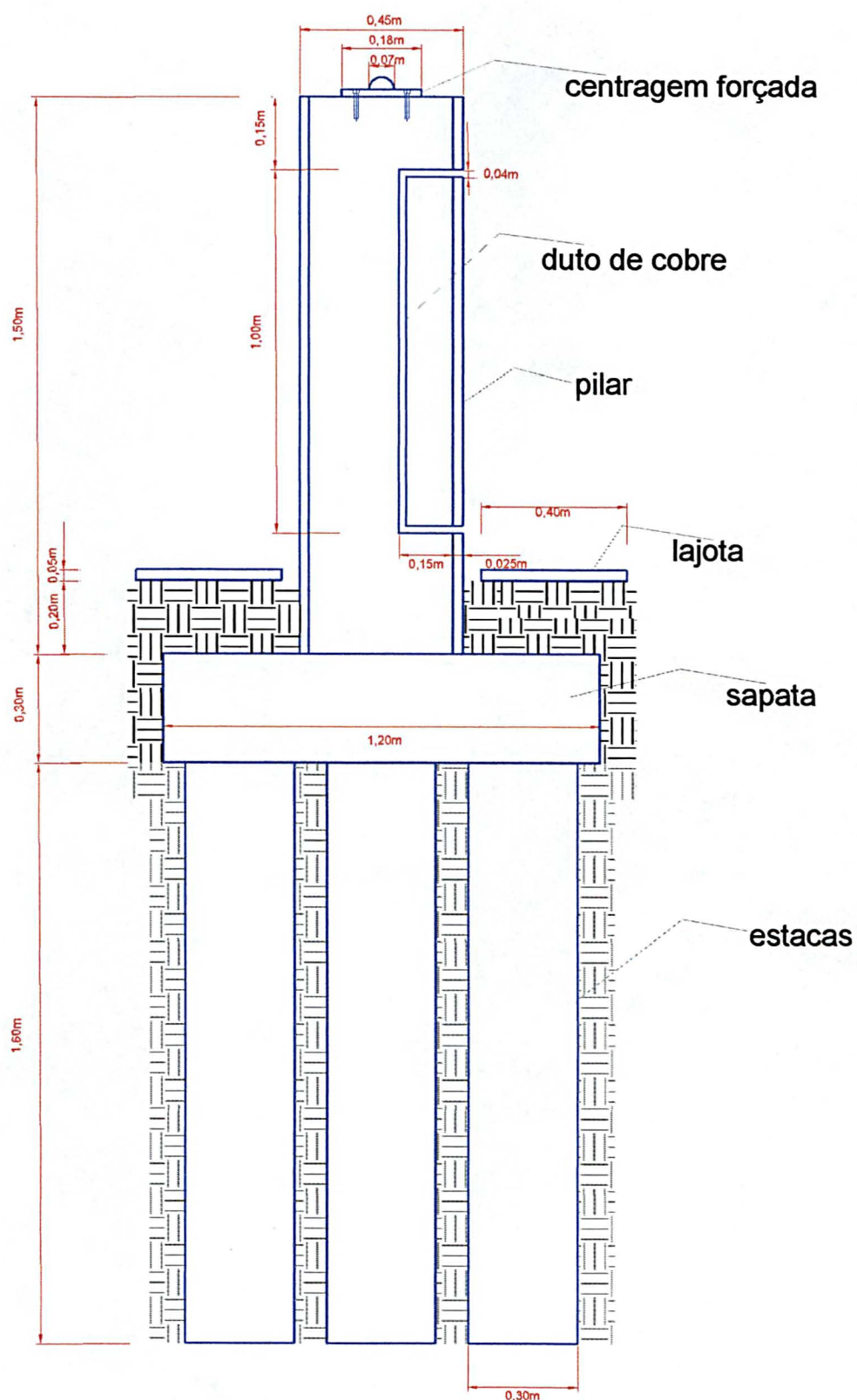
Para realizar estudos sobre as influências de refração e do aquecimento dos pilares foram efetuadas observações em diferentes horários (manhã, tarde e anoitecer). Para a verificação do aquecimento dos pilares foram introduzidos nos mesmos, durante sua construção, canos de cobre com diâmetros de 1,4 cm, nos quais são introduzidos sensores de temperatura que permitem a medição de sua temperatura interna.

Terminada a fase construtiva foi realizado um novo nivelamento geométrico utilizando um nível N-3 e miras de invar, de modo a verificar o desnível dos pilares e interligá-los a rede de nivelamento existente no Centro Politécnico que por sua vez esta integrada a rede do IBGE (Tabela 2).

TABELA 2 - DADOS DO NIVELAMENTO DA BASE

Pilares	Altitude Ortométrica (m)	Desníveis (m)
P ₁	908,5608	0,000
P ₂	908,5648	0,004
P ₃	908,5668	0,006
P ₄	908,5678	0,007

FIGURA 4 - ESTRUTURA DOS PILARES



VISTA
Esc.: 1:20

FIGURA 5 - PLANTA BAIXA DAS SAPATAS E PILARES

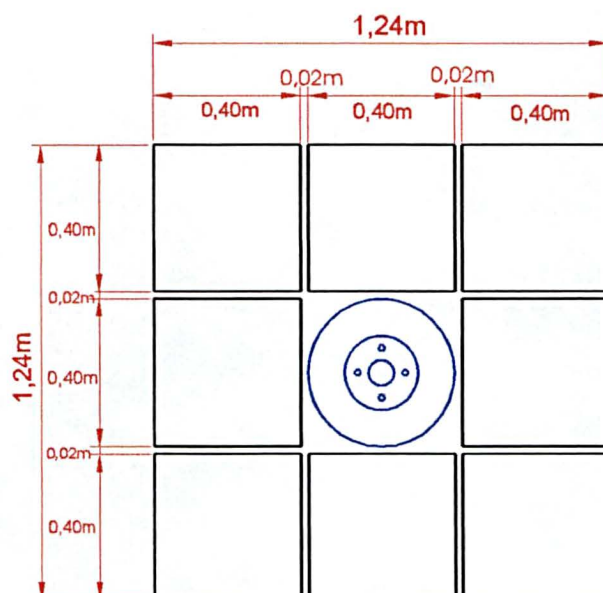
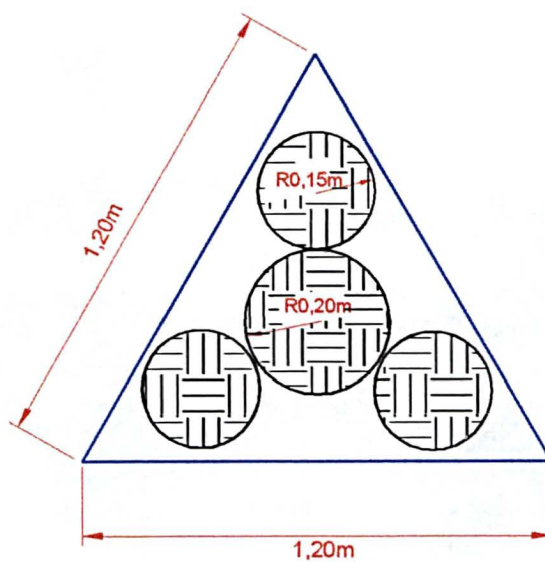
PLANTA
ESC.: 1:20DETALHE DA SAPATA
ESC.: 1:20

FIGURA 6 - FERRAGEM DOS PILARES

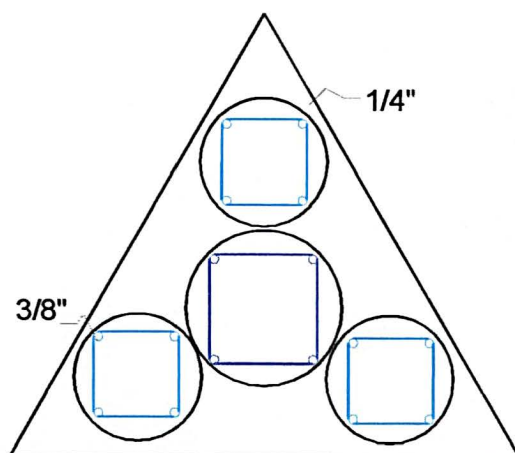
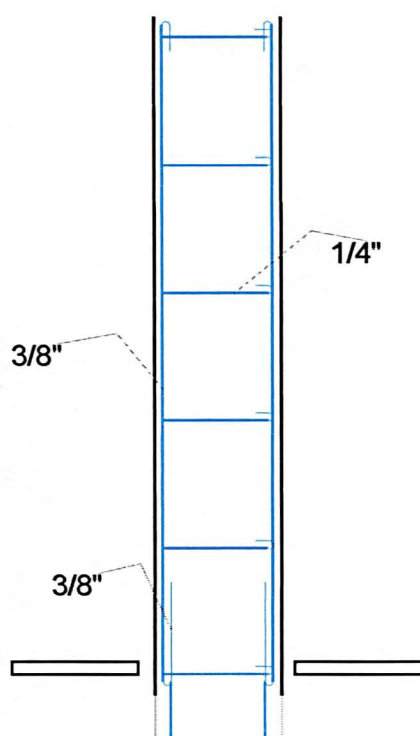
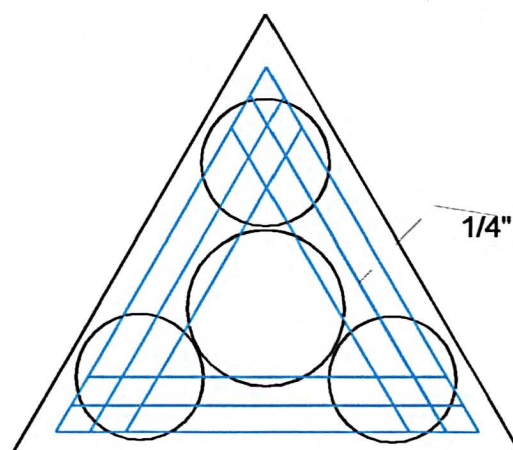
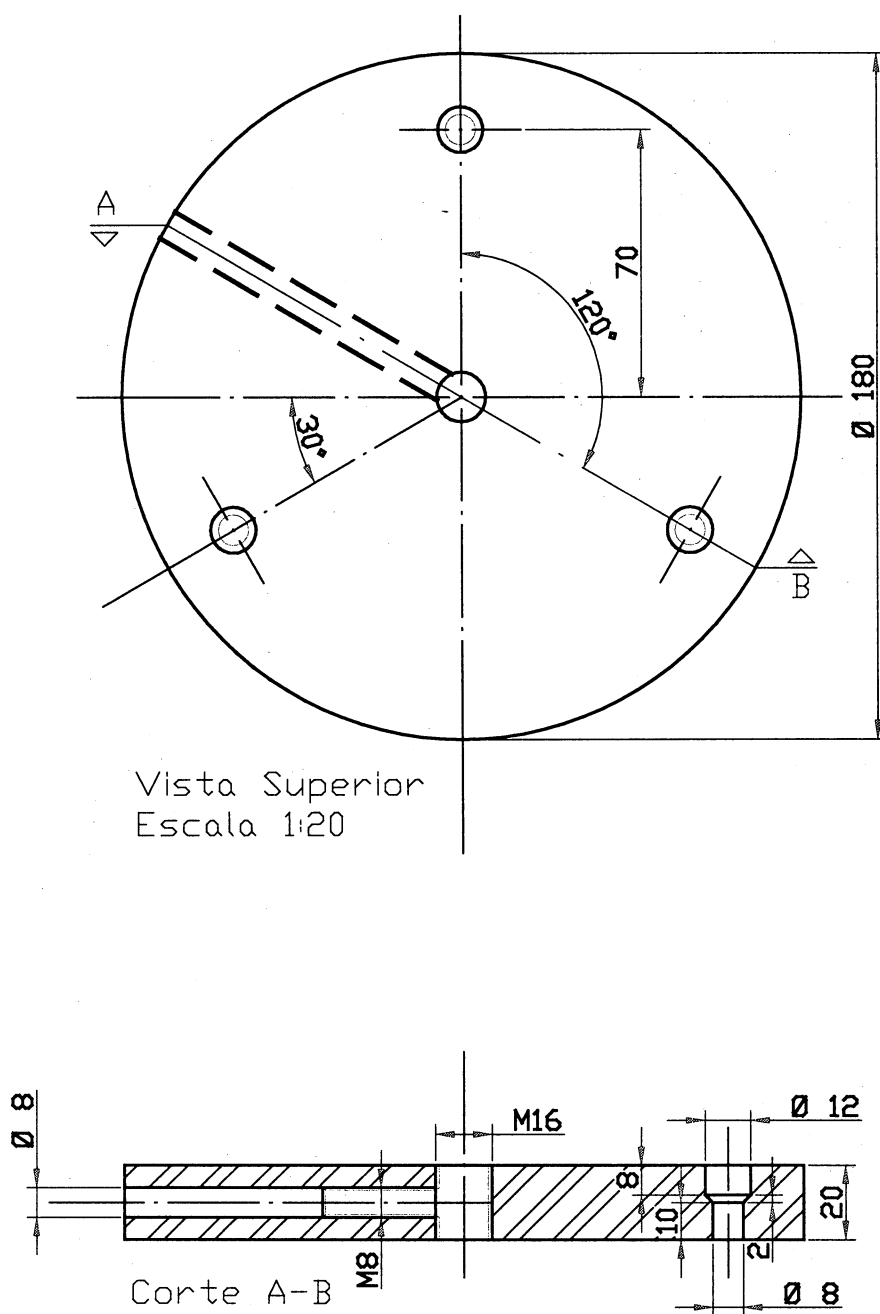
DETALHE FERRAGENS
DAS ESTACAS
ESC.: 1:20DETALHE FERRAGENS
DO PILAR
ESC.: 1:20DETALHE FERRAGENS DAS SAPATAS
ESC.: 1:20

FIGURA 7 - CENTRAGEM FORÇADA



3 FATORES QUE AFETAM A PRECISÃO DAS MEDIDAS ANGULARES

3.1 REGRA GERAL

Deve-se distinguir entre a medição de um ângulo e a medida de direções. A medida de um ângulo é obtida através da medição de uma direção. Para a observação de direção utiliza-se normalmente os métodos de repetição e reiteração, e a determinação dos ângulos pode ser efetuada por combinação de medidas de direções.

Qualquer que seja o método utilizado, deve-se efetuar a leitura das direções nas duas posições da luneta, posição direta e posição inversa, de modo a minimizar os erros de colimação, erros do eixo horizontal e erros de excentricidade.

Dentre os métodos mencionados acima será efetuado comentário apenas sobre o método de reiteração, que é o método que será utilizado para a aquisição dos dados desta pesquisa. Consiste este método em medir cada ângulo, n vezes, em partes diferentes do limbo, visando atenuar, assim, os erros de divisão dos limbos graduados. O método de reiteração pode ser utilizado para medidas angulares simples ou para medidas de direções em séries.

3.2 MEDIDA ANGULAR SIMPLES

Esta é uma maneira simples de se observar o ângulo entre duas direções. Em primeira instância deve-se centrar e nivelar o instrumento, em seguida visa-se o alvo colocado à esquerda fazendo-se as leituras correspondentes. Numa segunda instância é realizado o mesmo procedimento para o alvo da direita. A diferença entre a leitura da direita e a leitura de esquerda é o ângulo entre os dois alvos na posição

direta da luneta. Subseqüentemente é tombada a luneta e dado um giro no instrumento e realizadas as leituras da mesma maneira para a posição inversa da luneta, lembrando que desta vez o alvo da direita é observado por primeiro. O valor médio de ambas posições da luneta é determinado; com isto conclui-se a primeira medida para o ângulo. Se o ângulo for observado 2, 3, ou n vezes para melhorar sua precisão, gira-se o limbo por $180^\circ/n$ antes de cada nova medida. A média de todas as medidas é usada como valor final (KAHMEN & FIAG1988; JORDAN, 1981; ESPARTEL, 1978).

Na Tabela 2 a seguir mostramos um exemplo de uma medição angular simples.

TABELA 3 - MEDIÇÃO ANGULAR SIMPLES

Alvo	Leituras		Ângulos		Média
	Direta	Inversa	Direta	Inversa	
Esquerdo	0° 31' 09"	180° 31' 16"			
Direito	50° 03' 22"	230° 0' 39"	49° 32' 13"	49° 32' 23"	49° 32' 18"

3.3 MEDIDAS DE DIREÇÕES EM SÉRIE – REITERAÇÃO

Consiste nas medições angulares horizontais com visadas das direções determinadas nas duas posições de medição permitida pelo teodolito (direta e inversa), a partir de uma direção tomada como origem, que ocupa diferentes posições no limbo horizontal do teodolito (KAHMEN & FIAG, 1988; JORDAN, 1981; ESPARTEL, 1978).

Usado quando tem-se mais de uma direção para observar a partir de uma única estação, “sem mudar o limbo”, todos os alvos são observados, primeiramente, no sentido horário e na posição direta da luneta tomando-se suas leituras, logo é tombada a luneta e dado trânsito no instrumento e realizadas as observações de todos os alvos na posição inversa da luneta e no sentido anti-horário. Esta operação repete-se depois de ter dado um giro no limbo através do parafuso reiterador começando as leituras em outra parte do limbo, faz-se novas leituras de todos os alvos, o limbo é mudado de $180/n$ onde n representa o número de conjuntos que se deseja realizar. Como exemplo, se forem quatro séries de leituras conjugadas pelo método das direções, o intervalo de reiteração deve ser de $180^\circ/4 = 45^\circ$ e a direção-origem deve ocupar, no limbo do teodolito, posições nas proximidades de 0° , 45° , 90° e 135° . Finalmente as médias das direções são reduzidas para a direção inicial (por exemplo direção zero) pela subtração dos valores obtidos em relação a esta direção inicial para todas as outras direções. As direções finais são obtidas pelos valores médios em relação a redução realizada para cada conjunto de medidas. Os cálculos das média e reduções podem ser observados na Tabela 4 onde são exemplificadas duas séries de medidas.

A ordem inversa das leituras na posição inversa da luneta do instrumento serve para eliminar possíveis efeitos de torção no caso de tripés. Para medidas de precisão, o instrumento deve ser girado no sentido horário, e fazendo-se a coincidência dos traços do limbo quando realizada a leitura movimentando o parafuso micrométrico para direita e esquerda para assim soltar a mola que o prende. Após realizado cada conjunto de medida, é necessário checar as condições do instrumento no que se refere ao seu nivelamento.

TABELA 4 - MEDIDAS DE DIREÇÕES EM SÉRIE

Alvos	Leituras		Média	Média reduz.	Média final
	PD	PI			
Primeira série					
A	0,577°	180,579°	0,5780°	0,0000°	0,0000°
B	55,618°	135,623°	55,6205°	55,0425°	55,0417°
C	95,341°	275,345°	95,3430°	94,7650°	94,7650°
D	266,489°	46,491°	266,4900°	265,9120°	265,9127°
Segunda série					
A	67,606°	247,413°	67,5095°	0,0000°	
B	122,548°	302,553°	122,5505°	55,0410°	
C	162,270°	342,279°	162,2745°	94,7650°	
D	333,422°	113,424°	333,4230°	265,9135°	

3.4 ERROS QUE AFETAM A PRECISÃO ANGULAR

Um teodolito tem três eixos principais: a) eixo vertical ou eixo principal do instrumento VV' , b) eixo horizontal de rotação da luneta denominado eixo secundário HH' e c) eixo de colimação ou linha de visada ZZ' . Quando se quer fazer uma observação de um ângulo horizontal, os três eixos devem satisfazer as seguintes condições:

- eixo principal deve ficar exatamente na vertical quando a bolha dos níveis estiver calada.
- eixo de colimação ZZ' deve ser normal ao eixo horizontal ou secundário HH' ;

- c) eixo horizontal HH' deve ficar na horizontal quando o instrumento estiver calado e é normal ao eixo principal VV';

O não cumprimento destas condições, implica erros no que se refere ao eixo de colimação, eixo secundário e eixo principal. Em primeiro lugar não consideramos os três erros c (erro de colimação), v (erro do eixo principal), i (erro do eixo secundário) respectivamente, juntos, mais sim isoladamente. Para isto imaginemos uma esfera de raio qualquer, que tenha como centro a intercessão ideal de seus três eixos e nela situados todos os elementos angulares, como lados e ângulos de triângulos esféricos, determinados sobre esta esfera, (KAHMEN & FIAG, 1988; JORDAN, 1981; ESPARTEL, 1978; BARRETO, 1983; DUELIMLICH,FRITZ, 1982).

3.4.1 Erro do Eixo de Colimação

Quando o eixo de colimação não é perpendicular ao eixo de giro da luneta ou eixo secundário, este forma um ângulo de $90^\circ - c$, sendo c o desvio do eixo de colimação da sua posição correta, quer dizer, que c é o erro de colimação.

Seja AB o eixo secundário, mostrado na figura 8, IZ o eixo vertical, e IZ', IP, ID' as três posições erradas do eixo de colimação contidas em um mesmo plano vertical Z'PD' que formam um ângulo $ZIZ' = QIP = CID' = c$ com o plano formado pelas três posições corretas correspondente a IZ, IQ, IC do eixo colimação, de modo que o arco Z'PD' seja paralelo ao plano ZQC. Seja P um ponto visado, cujo ângulo de altura é $DIP = h$; se o eixo de colimação não estivesse afetado por nenhum erro, os planos ZPD e ZQC estariam sobrepostos, e normais ao eixo de giro da luneta AB em I, mas por causa deste erro os planos ficam desviados de um ângulo CID. Este ângulo, que também deve girar a alidade, mede por conseguinte o efeito produzido pelo erro de colimação. Seja PQ uma parte de círculo máximo que passa pelos

pontos A, P e B, o qual corta perpendicularmente o arco ZC em Q, então temos que no triângulo esférico retângulo ZPQ.

Aplicando a lei dos senos ao triângulo ZPQ:

$$\frac{\text{senc}}{\text{senz}} = \frac{\text{sen}(90^\circ - h)}{\text{sen}90^\circ} \Rightarrow \text{senc} = \text{senz} \cosh$$

sendo que c e z arcos pequenos pode-se assumir o argumento pelo valor da função.

$$\text{Então: } c = Z \cos h \quad (3.1)$$

Temos que o ângulo Z é igual ao arco DC ou ao ângulo CID, que representa o efeito (c) produzido pelo eixo de colimação no que resulta:

$$Z = (c) = \frac{c}{\cosh} \quad \text{ou} \quad (c) = \frac{c}{\text{sen} \zeta} \quad (3.2)$$

Na ausência do erro de colimação c, isto é, $c = 0$, o plano que contém o eixo de colimação é o plano IZCC'.

Para c , a influência $\Delta(c)$ sobre um ângulo medido entre dois pontos e em uma posição da luneta é :

$$\Delta(c) = \frac{c}{\text{sen} \zeta_1} - \frac{c}{\text{sen} \zeta_2} = c \left(\frac{1}{\text{sen} \zeta_1} - \frac{1}{\text{sen} \zeta_2} \right) \quad (3.3)$$

Portanto a influência do erro do eixo de colimação sobre um ângulo medido em uma posição da luneta é pequeno, quando a diferença entre as duas distâncias zenitais (ângulos verticais) é pequena; e é zero se as distâncias zenitais são iguais em valor absoluto.

Com o exposto acima vemos que o efeito do erro de colimação para uma direção, quando tomamos a média das duas leituras nas duas posições da luneta, está livre da influência do erro do eixo de colimação uma vez que a diferença entre duas leituras do limbo o anula, pois cada leitura tem o mesmo o erro de colimação.

Por exemplo suponha que uma luneta possua uma distância focal de 30 cm e os fios de retículo estejam desviados da sua posição normal de 0,1 mm. Então o desvio do eixo de colimação.

$$c = (0,1/300) \times \rho = 1,15''$$

onde:

$$\rho = 206265'';$$

assim temos que:

$$c = 1,15''$$

Agora, seja calculado efeito do erro de colimação (c) pela fórmula (3.3) anteriormente exposta, primeiro para a posição direta da luneta com um ângulo $h = 90^\circ$, onde obtemos o seguinte valor:

$$(c) = 1,15'' / \cos 0^\circ = 1,15''$$

Fazendo o cálculo para o mesmo ponto na posição inversa da luneta com um ângulo $h = -90^\circ$, obtemos o seguinte valor:

$$(c) = 1,15 / \cos -90^\circ = -1,15''$$

Observando os valores acima calculados com leituras feitas em ambas as posições da luneta ou seja posição direta e posição inversa, verifica-se a obtenção do mesmo valor, mas com sinal oposto; assim podemos concluir que este efeito anula-se quando se realiza as leitura nas duas posições da luneta.

3.4.2 Erro do Eixo Secundário ou Horizontal

Quando o eixo secundário ou horizontal não é normal ao eixo principal ou vertical do teodolito, este forma um ângulo de $90^\circ - i$, onde i é o desvio do eixo secundário da sua posição normal. Supondo o eixo principal vertical, o ângulo i é a inclinação do eixo secundário sobre o plano horizontal.

Seja AB a posição normal ou correta do eixo horizontal ou secundário, e A'B' a posição afetada pelo erro, que formam entre eles um ângulo i . Ao bascular a luneta, o eixo de colimação move-se em um plano CPZ', em vez do plano C'QZ, que seria o plano correto do seu movimento.

Ao observar um ponto P, este é projetado erroneamente em C, em vez de projetado em D, segundo o arco de círculo máximo que passa pelo zênite Z, sendo que $(i) = DC$ é o erro de projeção que se pretende achar.

O valor de (i) corresponde também ao ângulo PZQ, representado na figura 9, pode-se verificar que $i = PCQ$ e a altura $h = CQ$, cujo complemento é $90^\circ - h = QZ$.

Aplicando-se a lei dos senos aos triângulos esféricos retângulos ZQP e CQP:

Triângulo ZQP

$$\frac{\text{senPQ}}{\text{sen}(i)} = \frac{\text{sen}(90^\circ)}{\text{sen } 90^\circ} \Rightarrow \text{senPQ} = \text{sen}(i) \cosh \quad (3.4)$$

Triângulo CQP

$$\frac{\text{senPQ}}{\text{sen}(i)} = \frac{\text{sen } h}{\text{sen } 90^\circ} \Rightarrow \text{senPQ} = \text{sen } i \text{ sen } h \quad (3.5)$$

Igualando as equações 3.4 e 3.5 obtém-se:

$$\text{sen}(i) \cosh = \text{sen } i \text{ sen } h,$$

Como i e (i) são ângulos muito pequenos, então:

Supondo-se que o eixo secundário esteja desviado da sua posição correta, de $i = 10''$, quando se faz a leitura de uma direção na posição direta da luneta PD, ao inverter a luneta e realizar a leitura da mesma direção na posição inversa PI, verifica-se que o sinal deste desvio muda ou seja $i = -10''$. Ao substituir estes valores na formula (3.6) observamos que:

a) para a posição direta e para $h = 1^\circ$ temos:

$$(i) = 10'' \operatorname{tg} 1^\circ = 0,17'';$$

b) para a posição inversa e para $h = 1^\circ$ temos:

$$(i) = -10'' \operatorname{tg} 1^\circ = -0,17''$$

Assim como para o erro do eixo de colimação, o erro do eixo secundário é eliminado quando se toma a média das leituras nas duas posições da luneta, posição direta e posição inversa.

3.4.3 Erro do Eixo Principal ou Vertical

Quando o eixo principal do instrumento não está exatamente na vertical, quer dizer, que o teodolito não está bem colocado em cima da estação; então v é o desvio do eixo principal com respeito a vertical.

Suponha-se que o eixo principal de um teodolito IZ' , mostrado na figura 10, forma um ângulo v com a verdadeira vertical IZ . O plano perpendicular ao eixo IZ' ocupará a posição $F'KC'$, em vez da posição horizontal FKC , e o ângulo $F'LF$ entre estes dois planos será igual ao erro v do eixo principal. Si se observar um ponto P ,

este ficará projetado de Z' em E, enquanto deveria estar projetado, do verdadeiro zênite Z, em D. Não levando em conta o sinal tem-se que:

$$FD - F'E = (v) \quad \text{ou seja} \quad u - u' = (v) \quad (3.7)$$

Os ângulos u e u' aparecem aqui como arcos, os quais podem ser considerados respectivamente como ângulos no zênite Z e Z' , conforme analisados no detalhe da figura 10 de onde se verifica que:

Partindo da formula de Bessel:

$$\cot g b \operatorname{sen} a = \cos a \cos \hat{C} + \operatorname{sen} \hat{C} \cot g \hat{B}$$

A partir da figura 10 tem-se:

$$\cot g(90^\circ - h) \operatorname{sen} v = \cos v \cos(180^\circ - u) + \operatorname{sen}(180^\circ - u) \cot g u'$$

$$\operatorname{tg} h \operatorname{sen} v = \cos v (-\cos u) + \operatorname{sen} u \cot g u'$$

$$\operatorname{tg} h \operatorname{sen} v = -\cos v \operatorname{sen} u \cot g u + \operatorname{sen} u \cot g u'$$

$$\operatorname{tg} h \operatorname{sen} v = \operatorname{sen} u (\cot g u' - \cos v \cot g u)$$

Considerando v um arco pequeno, isto é, $\operatorname{sen} v \approx v$ e $\cos v \approx 1$:

$$v \operatorname{tg} h = \operatorname{sen} u (\cot g u' - \cot g u); \quad (3.8)$$

mas,

$$\cot gu' - \cot gu = \frac{\cos u'}{\operatorname{senu}} - \frac{\cos u}{\operatorname{senu}} = \frac{\operatorname{senu} \cos u' - \operatorname{senu}' \cos u}{\operatorname{senu}' \operatorname{senu}}$$

$$\cot gu' - \cot gu = \frac{\operatorname{sen}(u - u')}{\operatorname{senu}' \operatorname{senu}} \approx \frac{u - u'}{\operatorname{senu}' \operatorname{senu}}$$

Logo:

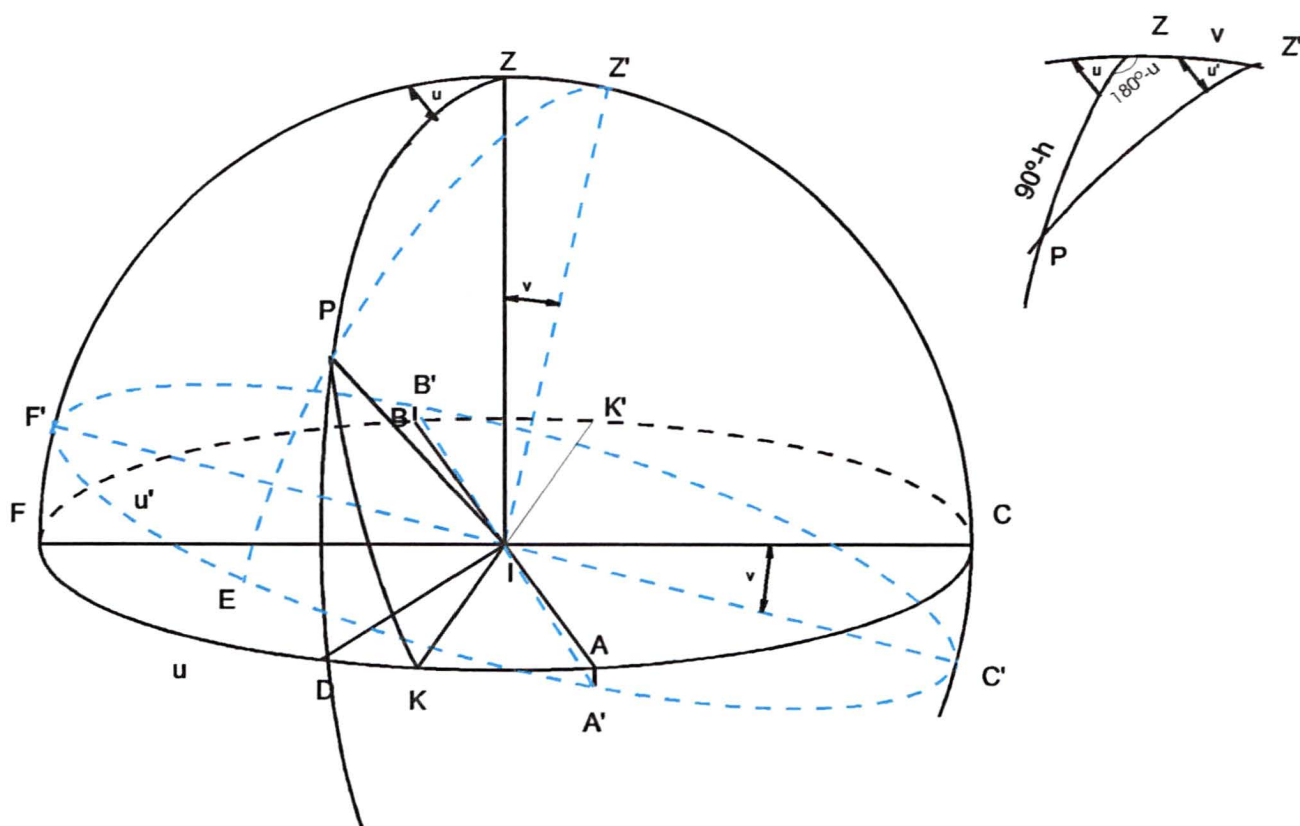
$$v_{tgu} = \operatorname{senu} \frac{u - u'}{\operatorname{senu}' \operatorname{senu}} = \frac{u - u'}{\operatorname{senu}' \operatorname{senu}}$$

$$u - u' = v \operatorname{senu}' \operatorname{tgh} \quad (3.9)$$

Ao contrário dos erros do eixo de colimação e do eixo secundário, o erro do eixo principal não pode ser eliminado medindo os ângulos nas duas posições da luneta. Para isto os instrumentos devem ser colocados com extremo cuidado em cima da estação para assim minimizar os efeitos.

Alguns teodolitos e taqueômetros eletrônicos são equipados com micrômetros de eixos horizontais ou níveis eletrônicos para medir a inclinação do eixo principal em relação ao plano horizontal. Os resultados obtidos com estes artifícios adicionais nestes tipos de aparelhos permitem uma correção nas direções horizontais com respeito aos erros do eixo principal.

FIGURA 10 - ERRO DO EIXO PRINCIPAL



3.4.4 Excentricidade da Alidade

Quando o centro da alidade, isto é, o cruzamento do eixo de colimação e do eixo de rotação da luneta não coincide com o centro do limbo diz-se que o instrumento tem alidade excêntrica.

Sendo L o centro do limbo mostrado na figura 11, o qual deve ser também o centro de rotação da alidade, de modo que para todo giro ao redor do centro L, o arco lido sobre o limbo, por exemplo CPQ, corresponda a um ângulo com centro em L. Se a alidade não gira ao redor do centro L e sim em outro ponto A, os arcos lidos sobre o limbo não serão os ângulos da rotação efetiva ao redor de L, tendo assim uma pequena excentricidade $LA = e$, de modo que resulta em falsos ângulos lidos.

Seja CC' o diâmetro do limbo que passa pelo centro A de rotação da alidade, tomando a direção AP ; o giro $CAP = \varphi$ é também o ângulo descrito pela luneta, quer dizer que é o ângulo medido no campo.

Mas se um arco CP , que corresponde a um outro ângulo $\varphi' = CLP$, e a diferença $\varphi - \varphi' = \varepsilon$ é o erro que se comete tomando a leitura CP como correta, por causa da excentricidade e . O valor de ε é deduzido do triângulo LAP , tomando como raio r o lado LP :

$$\frac{r}{\text{sen}(180^\circ - \varphi)} = \frac{e}{\text{sen}[180^\circ - (180^\circ - \varphi + \varphi')]}$$

$$\frac{r}{\text{sen } \varphi} = \frac{e}{\text{sen}(\varphi - \varphi')}$$

$$e = r \frac{\text{sen}(\varphi - \varphi')}{\text{sen } \varphi},$$

mas $\varphi - \varphi' = \varepsilon$ e ainda considerando-o um ângulo pequeno,

$$e = r \frac{\varepsilon}{\text{sen } \varphi};$$

logo,

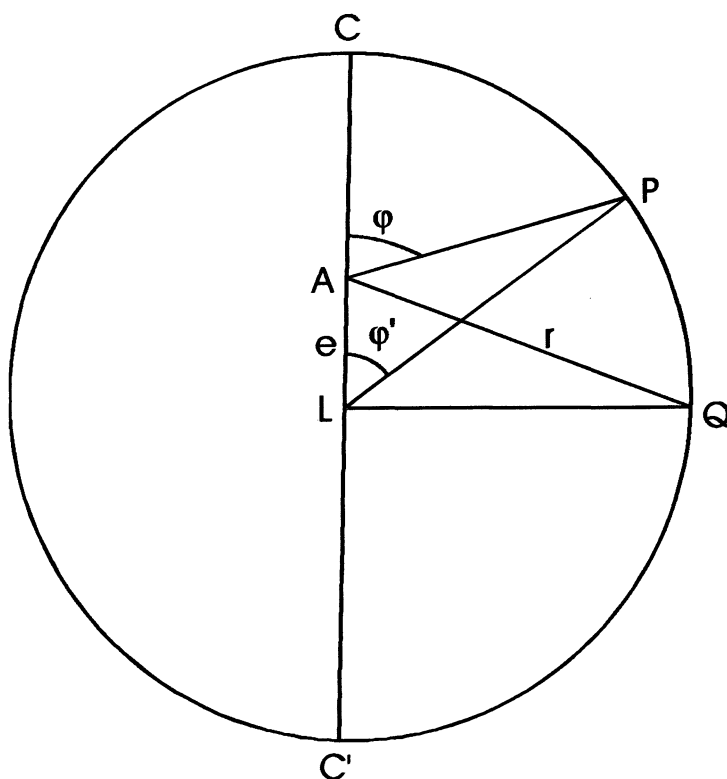
$$\varepsilon = \frac{e \text{sen } \varphi}{r} \quad (\text{em radianos})$$

$$\varepsilon'' = \rho \frac{e \sin \varphi}{r} \quad (3.10)$$

onde,

$$\rho = \frac{1}{\sin 1''} \approx 206265 \quad (3.11)$$

FIGURA 11 - EXCENTRICIDADE DA ALIDADE



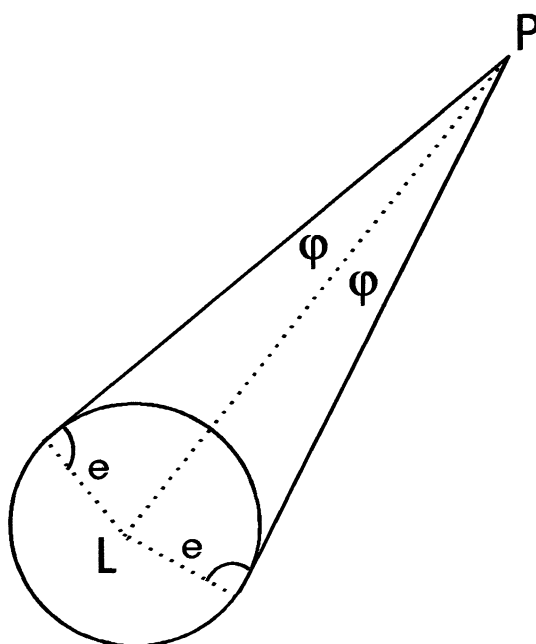
O erro de excentricidade da alidade pode ser eliminado fazendo as leituras nas duas posições da luneta, ou seja na posição direta e posição inversa.

3.4.5 Excentricidade do Eixo de Colimação

Na figura 12, deseja-se determinar a direção de um alvo P. Onde L representa o centro do círculo, se o eixo de colimação tem uma excentricidade e , esta excentricidade é sempre tangente a um círculo com centro em L de raio e .

Deste modo observando-se uma direção em ambas posições da luneta, na posição direta e na posição inversa, isto causa um mesmo desvio direcional, mas com sinais opostos, portanto quando realizamos a média das duas leituras nas posições direta e inversa da luneta, o erro ocasionado pela excentricidade do eixo de colimação não influencia as observações.

FIGURA 12 - EXCENTRICIDADE DO EIXO DE COLIMAÇÃO



3.4.6 Erros da Graduação do Limbo

A divisão dos limbos está sujeita a erros inerentes a toda operação mecânica, estes erros são classificados em dois tipos: os irregulares, que em qualquer ponto podem ser positivos ou negativos e os regulares, que em determinadas partes do limbo ou são positivos ou negativos. Estes erros podem ser causados pela variação da temperatura que ocasiona uma dilatação do limbo, dando lugar a erros de divisão do limbo.

Quando se faz observações angulares procura-se minimizar os erros de divisão do limbo e até mesmo eliminá-los por completo quando se observa uma direção fazendo leituras em partes distintas do limbo distribuídas regularmente sobre este. Assim os erros de divisão, ficam anulados ou compensados pela média das leituras; esta técnica faz com que estes erros possam ser desconsiderados na prática.

4 APLICAÇÃO DA NORMA - NBR 13133

A Norma Brasileira NBR 13133 de maio de 1994, que preconiza a execução de levantamentos topográficos fixa condições para execução dos mesmos. As condições exigíveis para a execução de um levantamento topográfico devem compatibilizar medidas angulares, medidas lineares, medidas de desníveis e as respectivas tolerâncias em função dos erros, selecionando métodos, processos e instrumentação para a obtenção de resultados compatíveis com a destinação do levantamento, assegurando que a propagação de erros não exceda os limites de segurança inerentes a esta destinação.

Para a execução das operações topográficas previstas na norma, são indicados os seguintes instrumentos:

- a) teodolitos;
- b) níveis;
- c) medidores eletrônicos de distâncias (MED).

Os teodolitos são classificados segundo o desvio-padrão de uma direção observada em duas posições da luneta, conforme tabela 5.

TABELA 5 - CLASSIFICAÇÃO DE TEODOLITOS

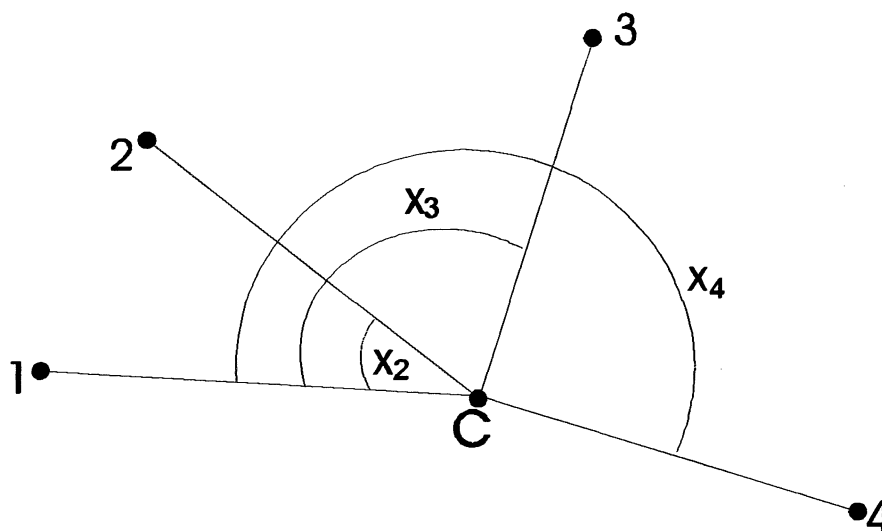
Classes de teodolitos	Desvio-padrão de uma direção
1 – Precisão baixa	$\leq + 30''$
2 – precisão média	$\leq + 07''$
3 – precisão alta	$\leq + 02''$

As medições angulares horizontais devem ser efetuadas pelo método das direções em séries de leituras conjugadas.

4.1 METODOLOGIA E CONFIGURAÇÃO PROPOSTA PELA NORMA NBR 13133

O procedimento metodológico proposto pela Norma Brasileira para a classificação (ABNT, 1994, p.33-35) consiste em: a) uma base de observação formada por 5 (cinco) pilares mostrada na figura 13.

FIGURA 13 - BASE DE OBSERVAÇÃO



C – Pilar central de estacionamento do teodolito a ser aferido,

1, 2, 3, 4 Pilares de estacionamento dos alvos ou dos pontos visados.

Exigências da Norma:

- quatro alvos distribuídos num arco maior que 90°;
- distâncias iguais do centro do teodolito aos alvos;
- alvos posicionados num mesmo plano horizontal;
- observações em quatro séries completas em duas posições da luneta;
- a distância mínima entre o teodolito e os alvos deve ser de 185m.

4.1.1 Equações de Observação

Para cada observação realizada tem-se uma equação do tipo:

$$v = x - z - l \quad (4.1)$$

onde:

v é o resíduo aleatório;

x é o incógnita (ângulo ajustado);

z é o incógnita de orientação;

l é o ângulo observado.

As equações de observação para cada série são estabelecidas conforme se seguem, os algarismos romanos indicam a ordem da série.

$$\begin{array}{lcl} & v_1^I = & z_1 - l_1^I \\ 1^a \text{ Série} & v_2^I = x_2 + z_1 - l_2^I \\ & v_3^I = x_3 + z_1 - l_3^I \\ & v_4^I = x_4 + z_1 - l_4^I, \end{array} \quad (4.2a)$$

$$\begin{aligned}
 &2^{\text{a}} \text{ Série} \\
 &\begin{aligned}
 v_1^{\text{II}} &= & z_2 &- l_1^{\text{II}} \\
 v_2^{\text{II}} &= x_2 + z_2 - l_2^{\text{II}} \\
 v_3^{\text{II}} &= x_3 + z_2 - l_3^{\text{II}} \\
 v_4^{\text{II}} &= x_4 + z_2 - l_4^{\text{II}},
 \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{4.2b}$$

$$\begin{aligned}
 &3^{\text{a}} \text{ Série} \\
 &\begin{aligned}
 v_1^{\text{III}} &= & z_3 &- l_1^{\text{III}} \\
 v_2^{\text{III}} &= x_2 + z_3 - l_2^{\text{III}} \\
 v_3^{\text{III}} &= x_3 + z_3 - l_3^{\text{III}} \\
 v_4^{\text{III}} &= x_4 + z_3 - l_4^{\text{III}},
 \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{4.2c}$$

$$\begin{aligned}
 &4^{\text{a}} \text{ Série} \\
 &\begin{aligned}
 v_1^{\text{IV}} &= & z_4 &- l_1^{\text{IV}} \\
 v_2^{\text{IV}} &= x_2 + z_4 - l_2^{\text{IV}} \\
 v_3^{\text{IV}} &= x_3 + z_4 - l_3^{\text{IV}} \\
 v_4^{\text{IV}} &= x_4 + z_4 - l_4^{\text{IV}}.
 \end{aligned}
 \end{aligned} \tag{4.2d}$$

Estas equações formam o sistema de equações $V = AX - L$

$$\begin{bmatrix} v_1^{\text{I}} \\ v_2^{\text{I}} \\ v_3^{\text{I}} \\ v_4^{\text{I}} \\ v_1^{\text{II}} \\ v_2^{\text{II}} \\ v_3^{\text{II}} \\ v_4^{\text{II}} \\ v_1^{\text{III}} \\ v_2^{\text{III}} \\ v_3^{\text{III}} \\ v_4^{\text{III}} \\ v_1^{\text{IV}} \\ v_2^{\text{IV}} \\ v_3^{\text{IV}} \\ v_4^{\text{IV}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1^{\text{I}} \\ l_2^{\text{I}} \\ l_3^{\text{I}} \\ l_4^{\text{I}} \\ l_1^{\text{II}} \\ l_2^{\text{II}} \\ l_3^{\text{II}} \\ l_4^{\text{II}} \\ l_1^{\text{III}} \\ l_2^{\text{III}} \\ l_3^{\text{III}} \\ l_4^{\text{III}} \\ l_1^{\text{IV}} \\ l_2^{\text{IV}} \\ l_3^{\text{IV}} \\ l_4^{\text{IV}} \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

O sistema acima resulta em:

$$v = [A] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} - I \quad (4.4)$$

As equações normais são:

$$\begin{array}{llllllll} +x_2 & +x_3 & +x_4 & +4z_1 & +0 & +0 & +0 & = I^I_1 + I^I_2 + I^I_3 + I^I_4 \\ +x_2 & +x_3 & +x_4 & +0 & +4z_2 & +0 & +0 & = I^{II}_1 + I^{II}_2 + I^{II}_3 + I^{II}_4 \\ +x_2 & +x_3 & +x_4 & +0 & +0 & +4z_3 & +0 & = I^{III}_1 + I^{III}_2 + I^{III}_3 + I^{III}_4 \\ +x_2 & +x_3 & +x_4 & +0 & +0 & +0 & +4z_4 & = I^{IV}_1 + I^{IV}_2 + I^{IV}_3 + I^{IV}_4 \\ +4x_2 & +0 & +0 & +z_1 & +z_1 & +z_1 & +z_1 & = I^I_2 + I^{II}_2 + I^{III}_2 + I^{IV}_2 \\ +0 & +4x_3 & +0 & +z_1 & +z_2 & +z_1 & +z_1 & = I^I_3 + I^{II}_3 + I^{III}_3 + I^{IV}_3 \\ +0 & +0 & +4x_4 & +z_1 & +z_1 & +4z_3 & +z_1 & = I^I_1 + I^{II}_4 + I^{III}_4 + I^{IV}_4 \end{array}$$

Resolvendo o sistema de equações normais pelo processo de eliminação de Gauss e permutando as linhas, obtém-se um sistema de equações normais triangular:

$$\begin{array}{llllllll} x_2 & +x_3 & +x_4 & +4z_1 & +0 & +0 & +0 & = [I^I] \\ 0 & +4x_3 & +0 & +z_1 & +z_2 & +z_3 & +z_4 & = [I^I_3]^{3/4} \\ 0 & +0 & +4x_4 & +z_1 & +z_2 & +z_3 & +z_4 & = [I^I_4] \\ 0 & +0 & +0 & -4z_1 & +4z_2 & +0 & +0 & = [I^{II}] - [I^I] \\ 0 & +0 & +0 & +0 & -4z_2 & +4z_3 & +0 & = [I^{III}] - [I^{II}] \\ 0 & +0 & +0 & +0 & +0 & -4z_3 & +4z_2 & = [I^{IV}] - [I^{III}] \\ 0 & +0 & +0 & +0 & +0 & +0 & -4z_4 & = [I^I_2] + [I^I_3] + [I^I_4] + 3/4 [I^I_4] + 3/4 [I^I_4] + 7/4 [I^I_4] \end{array} \quad (4.5)$$

Resolvendo o sistema por retro-substituição para a obtenção dos valores de z , têm-se:

$$z_4 = -\frac{1}{4}[l_2] - \frac{1}{4}[l_3] - \frac{1}{4}[l_4] - \frac{3}{16}[l^I] - \frac{3}{16}[l^{II}] - \frac{7}{16}[l^{III}] - \frac{3}{16}[l^{IV}] \quad (4.6)$$

$$z_3 = -\frac{1}{4}[l_2] - \frac{1}{4}[l_3] - \frac{1}{4}[l_4] - \frac{3}{16}[l^I] - \frac{3}{16}[l^{II}] - \frac{7}{16}[l^{III}] - \frac{3}{16}[l^{IV}] \quad (4.7)$$

$$z_2 = -\frac{1}{4}[l_2] - \frac{1}{4}[l_3] - \frac{1}{4}[l_4] - \frac{3}{16}[l^I] - \frac{7}{16}[l^{II}] - \frac{3}{16}[l^{III}] - \frac{3}{16}[l^{IV}] \quad (4.8)$$

$$z_1 = -\frac{1}{4}[l_2] - \frac{1}{4}[l_3] - \frac{1}{4}[l_4] - \frac{7}{16}[l^I] - \frac{3}{16}[l^{II}] - \frac{3}{16}[l^{III}] - \frac{3}{16}[l^{IV}] \quad (4.9)$$

Fazendo a soma de $z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ obtém-se as direções ajustadas:

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -[l_2] - [l_3] - [l_4] + [l^I] - [l^{II}] - [l^{III}] - [l^{IV}] \quad (4.10)$$

Calculando-se das direções ajustadas:

$$4x_4 = [l_4] - [z] = [l_2] + [l_3] + 2[l_4] - [l^I] - [l^{II}] - [l^{III}] - [l^{IV}]$$

$$x_4 = \frac{1}{4}([l_2] + [l_3] + 2[l_4] - [l^I] - [l^{II}] - [l^{III}] - [l^{IV}]) \quad (4.11)$$

$$x_3 = \frac{1}{4}([l_2] + 2[l_3] + [l_4] - [l^I] - [l^{II}] - [l^{III}] - [l^{IV}]) \quad (4.12)$$

$$x_2 = \frac{1}{4}([l_2] + [l_3] + 2[l_4] - [l^I] - [l^{II}] - [l^{III}] - [l^{IV}]) \quad (4.13)$$

Explicitando os somatórios das equações 4.11, 4.12 e 4.13 obtém-se os valores para as ângulos ajustados.

$$x_2 = \frac{1}{4}(l_2^I - l_1^I + l_2^{II} - l_1^{II} + l_2^{III} - l_1^{III} + l_2^{IV} - l_1^{IV})$$

$$x_3 = \frac{1}{4}(l_3^I - l_1^I + l_3^{II} - l_1^{II} + l_3^{III} - l_1^{III} + l_3^{IV} - l_1^{IV})$$

$$x_4 = \frac{1}{4}(l_4^I - l_1^I + l_4^{II} - l_1^{II} + l_4^{III} - l_1^{III} + l_4^{IV} - l_1^{IV}) \quad (4.14)$$

Aplicando-se as equações 4.2 para a obtenção dos valores de v para as quatro séries.

$$\begin{array}{lcl} 1^{\text{a}} \text{ Série} & \begin{array}{l} v_1^I = \\ v_2^I = \\ v_3^I = \\ v_4^I = \end{array} & \begin{array}{l} z_1 \\ x_2 + z_1 \\ x_3 + z_1 \\ x_4 + z_1 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{l} -l_1^I = d_1^I \\ -l_2^I = d_2^I \\ -l_3^I = d_3^I \\ -l_4^I = d_4^I \end{array} \quad \begin{array}{l} + z_1 \\ + z_1 \\ + z_1 \\ + z_1 \end{array}$$

[] é somatório

$$[v^I] = [d^I] + 4z_1 = 0 \Rightarrow z_1 = -\frac{[d^I]}{4}$$

$$v_1^I = d_1^I - \frac{[d^I]}{4}$$

$$v_2^I = d_2^I - \frac{[d^I]}{4}$$

$$v_3^I = d_3^I - \frac{[d^I]}{4}$$

$$v_4^I = d_4^I - \frac{[d^I]}{4}$$

$$\begin{array}{l} 2^{\circ} \text{Série} \\ v_1^{II} = \quad \quad z_2 \quad -l_1^{II} = d_2^{II} + z_2 \\ v_2^{II} = x_2 + z_2 \quad -l_2^{II} = d_2^{II} + z_2 \\ v_3^{II} = x_3 + z_2 \quad -l_3^{II} = d_2^{II} + z_2 \\ v_4^{II} = x_4 + z_2 \quad -l_4^{II} = d_2^{II} + z_2 \end{array}$$

$$[v^{II}] = [d^{II}] + 4z_2 = 0 \Rightarrow z_2 = -\frac{[d^{II}]}{4}$$

$$v_1^{II} = d_1^{II} - \frac{[d^{II}]}{4}$$

$$v_2^{II} = d_2^{II} - \frac{[d^{II}]}{4}$$

$$v_3^{II} = d_3^{II} - \frac{[d^{II}]}{4}$$

$$v_4^{II} = d_4^{II} - \frac{[d^{II}]}{4}$$

$$\begin{array}{l} 3^{\circ} \text{Série} \\ v_1^{III} = \quad \quad z_3 \quad -l_1^{III} = d_1^{III} + z_3 \\ v_2^{III} = x_2 + z_3 \quad -l_2^{III} = d_1^{III} + z_3 \\ v_3^{III} = x_3 + z_3 \quad -l_3^{III} = d_1^{III} + z_3 \\ v_4^{III} = x_4 + z_3 \quad -l_4^{III} = d_1^{III} + z_3 \end{array}$$

$$[v^{III}] = [d^{III}] + 4z_3 = 0 \Rightarrow z_3 = -\frac{[d^{III}]}{4}$$

$$v_1^{\text{III}} = d_1^{\text{I}} - \frac{[d^{\text{III}}]}{4}$$

$$v_2^{\text{III}} = d_2^{\text{I}} - \frac{[d^{\text{III}}]}{4}$$

$$v_3^{\text{III}} = d_3^{\text{I}} - \frac{[d^{\text{III}}]}{4}$$

$$v_4^{\text{III}} = d_4^{\text{I}} - \frac{[d^{\text{III}}]}{4}$$

$$\begin{array}{l} 4^{\circ} \text{Série} \\ v_1^{\text{IV}} = \quad \quad \quad z_4 \quad - l_1^{\text{IV}} = d_4^{\text{IV}} \quad + z_4 \\ v_2^{\text{IV}} = x_2 \quad + z_4 \quad - l_2^{\text{IV}} = d_4^{\text{IV}} \quad + z_4 \\ v_3^{\text{IV}} = x_3 \quad + z_4 \quad - l_3^{\text{IV}} = d_4^{\text{IV}} \quad + z_4 \\ v_4^{\text{IV}} = x_4 \quad + z_4 \quad - l_4^{\text{IV}} = d_4^{\text{IV}} \quad + z_4 \end{array}$$

(4.15)

$$[v^{\text{IV}}] = [d^{\text{IV}}] + 4z_4 = 0 \Rightarrow z_4 = -\frac{[d^{\text{IV}}]}{4}$$

$$v_1^{\text{IV}} = d_1^{\text{IV}} - \frac{[d^{\text{IV}}]}{4}$$

$$v_2^{\text{IV}} = d_2^{\text{IV}} - \frac{[d^{\text{IV}}]}{4}$$

$$v_3^{\text{IV}} = d_3^{\text{IV}} - \frac{[d^{\text{IV}}]}{4}$$

$$v_4^{\text{IV}} = d_4^{\text{IV}} - \frac{[d^{\text{IV}}]}{4}$$

Elevando ao quadrado os membros

$$\begin{aligned}(v_1^I)^2 &= (d_1^I - \frac{[d^I]}{4})^2 = (d_1^I)^2 - 2d_1^I \frac{[d^I]}{4} + \frac{[d^I]^2}{16} \\(v_2^I)^2 &= (d_2^I - \frac{[d^I]}{4})^2 = (d_2^I)^2 - 2d_2^I \frac{[d^I]}{4} + \frac{[d^I]^2}{16} \\(v_3^I)^2 &= (d_3^I - \frac{[d^I]}{4})^2 = (d_3^I)^2 - 2d_3^I \frac{[d^I]}{4} + \frac{[d^I]^2}{16} \\(v_4^I)^2 &= (d_4^I - \frac{[d^I]}{4})^2 = (d_4^I)^2 - 2d_4^I \frac{[d^I]}{4} + \frac{[d^I]^2}{16}\end{aligned}$$

Somando membro a membro

$$[v^I v^I] = [d^I d^I] - \frac{[d^I]}{2} (d_1^I + d_1^I + d_1^I + d_1^I) + \frac{[d^I]^2}{4} \quad (4.16)$$

$$[v^I v^I] = [d^I d^I] - \frac{[d^I]^2}{2} + \frac{[d^I]^2}{4} = [d^I d^I] - \frac{[d^I]^2}{4}$$

Para as quatro séries tem-se:

$$\begin{aligned}[v^I v^I] &= [d^I d^I] - \frac{[d^I]^2}{4} \\+ \\[v^{II} v^{II}] &= [d^{II} d^{II}] - \frac{[d^{II}]^2}{4} \\+ \\[v^{III} v^{III}] &= [d^{III} d^{III}] - \frac{[d^{III}]^2}{4} \\+ \\[v^{IV} v^{IV}] &= [d^{IV} d^{IV}] - \frac{[d^{IV}]^2}{4}\end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\Sigma [vv] = \Sigma [dd] - \frac{\Sigma [d]^2}{4}$$

Para n séries e s pontos visados tem-se:

$(s-1)$ incógnitas de ângulos e n incógnitas de orientação;

Número de observações: $n.s$;

Número de observações abundantes: $n.s - (s - 1) - n = (n-1)(s-1)$;

onde o desvio-padrão é:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{[vv]}{(n-1)(s-1)}} \quad (4.18)$$

A seguir, a Tabela 6 mostra a seqüência de cálculo empregada pela norma, com dados obtidos com um teodolito Universal T2 na base da UFPR

TABELA 6 - VALORES REGISTRADOS COM O TEODOLITO T2

Est	Pto.	PD	PI	Média	Medições Reduzidas	Média das 4 séries
C	1	0° 5' 20,5"	180° 5' 22,2"	0° 5' 21,35"	0° 0' 0"	0,00"
	2	9° 13' 50,5"	189° 13' 52,1"	9° 13' 51,3"	9° 8' 29,95"	29,46"
	3	45° 14' 32,51"	225° 14' 34,9"	45° 14' 33,70"	45° 9' 12,35"	12,41"
	4	100° 59' 51,1"	280° 59' 54,9"	100° 59' 53"	100° 54' 31,65"	32,59"
C	1	45° 11' 7,9"	225° 11' 7,2"	45° 11' 7,55"	0° 0' 0"	
	2	54° 19' 34,2"	234° 19' 33"	54° 19' 33,6"	9° 8' 26,5"	
	3	90° 20' 18,8"	270° 20' 16,3"	90° 20' 17,55"	45° 9' 10,0"	
	4	146° 5' 37,3"	326° 5' 35"	146° 5' 36,15"	100° 54' 28,6"	
C	1	90° 8' 54"	270° 8' 54,1"	90° 8' 54,05"	0° 0' 0"	
	2	99° 17' 23,2"	279° 17' 27,2"	99° 17' 25,2"	9° 8' 31,15"	
	3	135° 18' 8,9"	315° 18' 8"	135° 18' 8,45"	45° 9' 14,40"	
	4	191° 3' 27,1"	11° 3' 26,5"	191° 3' 26,8"	100° 54' 32,75"	
C	1	135° 9' 1,2"	315° 9' 2,2"	135° 9' 1,7"	0° 0' 0"	
	2	144° 17' 33,9"	324° 17' 30,9"	144° 17' 32,4"	9° 8' 30,7"	
	3	180° 18' 15,2"	0° 18' 14"	180° 18' 14,6"	45° 9' 12,9"	
	4	236° 3' 39"	56° 3' 39,1"	236° 3' 39,05"	100° 54' 37,35"	

5 APLICAÇÃO DO MÉTODO PARAMÉTRICO PARA CÁLCULO DO DESVIO PADRÃO DE UMA DIREÇÃO

O princípio que se aplica na compensação das observações para obtenção do valor mais provável das incógnitas, num sistema com observações superabundantes, se baseia no princípio de que a soma dos quadrados de erros residuais tem que ser mínimo. O método paramétrico é o que utiliza observações indiretas quando queremos estimar grandezas que se vinculam às observadas, assim é usual designá-las de parâmetros. As equações que caracterizam o método paramétrico são obtidas das seguintes expressões (GEMAEL, 1994, p).

Sejam:

L_b : vetor ($n \times 1$) dos valores observados;

V : vetor ($n \times 1$) dos resíduos;

L_a : vetor ($n \times 1$) dos valores observados ajustados:

$$L_a = L_b + V \quad (5.1)$$

X_0 : vetor ($u \times 1$) cujas componentes são os valores aproximados dos parâmetros;

X : vetor correção ($u \times 1$);

X_a : vetor dos parâmetros ajustados:

$$X_a = X_0 + X \quad (5.2)$$

Modelo matemático natural:

$$L_a = F(X_a) \quad (5.3)$$

Esta expressão mostra que os valores observados podem ser expressos explicitamente como uma função dos parâmetros ajustados, assim dizemos que o ajustamento se processa pelo método paramétrico.

O modelo matemático linearizado é:

$${}_nV_1 = {}_nA_{uu}X_1 + {}_nL_1, \quad (5.4)$$

na qual:

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{x_0}, \quad (5.6)$$

$$L = L_0 - L_b, \quad (5.7)$$

$$L_0 = F(X_0) \quad (5.8)$$

Observamos que a expressão (5.4) sintetiza, na linguagem matricial, n equações de observação do tipo:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{a1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

Para obter-se as equações normais tem-se que minimizar a forma quadrática fundamental obtendo-se sucessivamente:

$$\phi = V^T P V = (A X + L)^T P (A X + L) = \min. \quad (5.10)$$

$$\phi = X^T A^T P A X + 2 X^T A^T P L + L^T P L = \min.$$

Igualando a zero a primeira derivada em relação a X:

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = 2 A^T P A X + 2 A^T P L = 0,$$

$$A^T P A X + A^T P L = 0, \quad (5.11)$$

$$X = - (A^T P A)^{-1} A^T P L. \quad (5.12)$$

Fazendo-se:

$$N = A^T P A, \quad (5.13)$$

$$U = A^T P L, \quad (5.14)$$

a equação 5.12 resulta:

$$X = -N^{-1} U \quad (5.15)$$

na qual:

$$X_a = X_o + X. \quad (5.16)$$

a) Matriz dos pesos

$$P = \sigma_0^2 \Sigma L_b^{-1} \rightarrow P^{-1} = \Sigma L_b \quad (5.17)$$

na qual $\sigma_0^2 = 1$ (adimensional) e

ΣL_b é a matriz variância-covariância dos valores observados.

Admitindo que as observações sejam não-correlacionadas, a matriz dos pesos será diagonal; assim a inversa da matriz dos pesos da 5.17 é expressa por:

$$P^{-1} = \text{diag}\{\sigma_{x_1}^2 \dots \sigma_{x_n}^2\}. \quad (5.18)$$

b) Variância da unidade peso a *posteriori* :

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{v} \quad (5.23)$$

Onde :

$$v = ns - (n + s - 1) = ns - n - s + 1 = n(s - 1) - s + 1$$

$$v = n(s - 1) - (s - 1) = (s - 1)(n - 1)$$

$$v = (n - 1)(s - 1) \text{ número d graus de liberdade.}$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{(n - 1)(s - 1)} \quad (5.24)$$

c) MVC das correções $\Sigma \mathbf{X}$

(5.19)

$$\Sigma \mathbf{X} = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{N}^{-1}$$

d) MVC dos parâmetros $\Sigma \mathbf{X}_a$

Na equação

$$\mathbf{X}_a = \mathbf{X}_0 + \mathbf{X},$$

o vetor \mathbf{X}_0 é constante, donde:

$$\Sigma \mathbf{X}_a = \Sigma \mathbf{X} = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{N}^{-1}. \quad (5.20)$$

e) MVC dos valores observados ajustados $\Sigma \mathbf{L}_a$

$$\Sigma \mathbf{L}_a = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{A} \mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T. \quad (5.21)$$

f) MVC dos resíduos ΣV :

$$\Sigma V = \hat{\sigma}_0^2 P^{-1} - \Sigma L_a \quad (5.22)$$

5.1 TESTE QUI-QUADRADO DA FORMA QUADRÁTICA DOS RESÍDUOS

Através do teste de hipótese baseado na distribuição de χ^2 pode-se constatar se há discrepância entre σ_0^2 e $\hat{\sigma}_0^2$, e se esta discrepância é significativa a um certo nível de confiança (GEAMEL, 1994; COSTA NETO, 1977).

A forma quadrática $V^T \Sigma_{Lb}^{-1} V$ tem distribuição χ^2 com v graus de liberdade, isto é:

$$V^T \Sigma_{Lb}^{-1} V \sim \chi_v^2; \quad (5.25)$$

logo

$$\frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \sim \chi_v^2; \quad (5.26)$$

ou

$$\frac{v \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \sim \chi_v^2 \quad (5.27)$$

Testamos a hipótese básica:

$$H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2, \quad (5.28)$$

contra a hipótese alternativa:

(5.29)

$$H_1 : \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$$

comparando o valor calculado da estatística

(5.30)

$$\chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} v = \frac{V^T P V}{\sigma_0^2}$$

com os valores teóricos

$$\chi_{v, \frac{\alpha}{2}} \text{ e } \chi_{v, 1 - \frac{\alpha}{2}}, \quad (5.31)$$

a hipótese básica não é rejeitada, ao nível de significância α , se

$$\chi^2 < \chi_{v, 1 - \frac{\alpha}{2}} \quad \text{ou} \quad \chi^2 > \chi_{v, \frac{\alpha}{2}} \quad (5.32)$$

5.2 TESTE DATA - SNOOPING NA DETECÇÃO DE ERROS GROSSEIROS

O teste *data - snooping* pode ser definido como a investigação em relação à existência de um erro grosseiro foi cometido durante a medição (BAARDA, 1968, p.27; ACKERMANN, 1981; BERBERAN, 1992). O teste está baseado no teste estatístico de resíduos padronizados após o ajustamento dos mínimos quadrados o qual torna-se eficiente e sensível para os erros de pequena significância.

5.2.1 Conceito Teórico

As relações matemáticas que fundamentam este método foram extraídas de (BAARDA, 1968; ACKERMANN, 1981; BERBERAN, 1992).

A relação entre o resíduo v_i^* e o erro observacional ε_i é dado por:

$$v_i^* = -(Q_v P)_{ii} \varepsilon_i = -r_i \varepsilon_i \quad (5.33)$$

na qual

Q_v é a matriz dos coeficiente de peso dos resíduos v ;

P é a matriz diagonal dos pesos das observações;

ii são os coeficientes que indicam o i -ésimo elemento da diagonal da matriz;

r_i é o número-redundância, também denominado redundância parcial, o qual é representado pelo o i -ésimo elemento da diagonal da matriz $(Q_v P)$.

A matriz Q_v obtém-se do ajustamento das observações pela expressão:

$$Q_v = \frac{1}{\hat{\sigma}_0^2} \sum v \quad (5.34)$$

na qual

$\hat{\sigma}_0^2$ é a variância da unidade de peso *a posteriori*;

$\sum v$ é a matriz variância-covariância dos resíduos obtida do ajustamento.

O número-redundância é obtido da diagonal principal da matriz $(Q_v P)$, o qual é expresso por:

$$r_i = \frac{1}{\hat{\sigma}_0^2} (\sum v P)_{ii}, \quad (5.35)$$

O número-redundância r_i é interpretado como a contribuição da observação à redundância total r do problema. Assim obtém-se:

$$r = \sum_{i=1}^n r_i = \text{traço}(Q_v P) = \text{número de graus de liberdade}, \quad (5.36)$$

na qual

n é o número que representa a ordem da matriz.

O número-redundância r_i situa-se no intervalo $0 \leq r_i \leq 1$ e indica a confiabilidade do ajustamento de uma observação particular. O limite inferior ($r_i = 0$) indica nenhuma confiabilidade e o limite superior ($r_i = 1$) indica máxima confiabilidade. Assim é efetuada uma relação entre a componente v_i^* e o erro observacional ϵ_i obtido por:

$$|v_i^*| \leq \epsilon_i, \quad (5.37)$$

Os Resíduos padronizados são obtidos da matriz $(Q_v P)$, os quais são determinados dos desvio-padrão σ_{v_i} dos resíduos v_i das observações I_i não-correlacionados de pesos p_i .

$$\sigma_{v_i}^2 = (Q_v P)_{ii} \sigma_I^2 \rightarrow \sigma_{v_i} = \sigma_I \sqrt{r_i} \quad (5.38)$$

Onde o resulta o resíduo padronizado w_i definido por:

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_I \sqrt{r_i}} = \frac{v_i \sqrt{p_i}}{\sigma_0 \sqrt{r_i}}, \quad (5.39)$$

- Teste de hipótese

Assumindo que os resíduos padronizados w_i têm distribuição normal faz-se o teste de hipótese:

H_0 : nenhum erro grosseiro existe na observação;

A hipótese H_0 é rejeitada se:

$$|w_i| > k,$$

onde k é um valor conforme nível de confiança específico.

A escolha deve ser feita de modo que a probabilidade α de erro tipo I (rejeição de H_0 quando verdadeira) e a probabilidade β do erro tipo II (aceitação de H_0 quando falsa) sejam tão pequenas quanto possível.

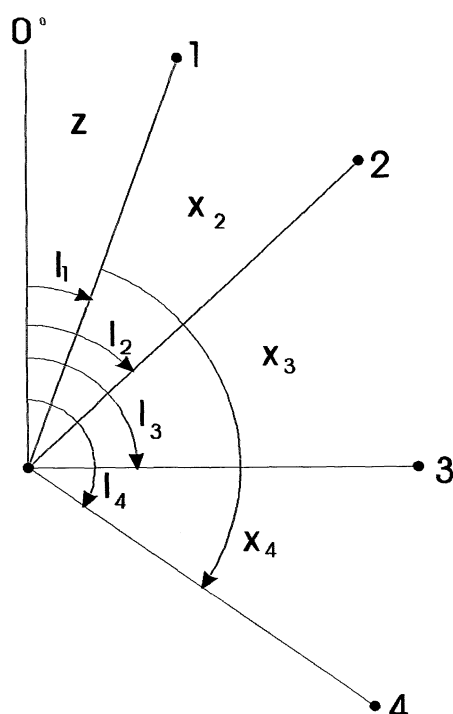
**TABELA 8 - NÍVEIS DE CONFIANÇA E VALORES CRÍTICOS PARA O TESTE
DATA - SNOOPING (ACKERMANN,1981)**

$1 - \alpha$	K	$1 - \beta$
99,9 %	3,29	76 %
99,7 %	3,00	84 %
99,0 %	2,56	93 %
95,0 %	1,96	98 %

5.3 SIMULAÇÃO COM OS CÁLCULOS PARA O AJUSTAMENTO

Utilizar-se-á os dados numéricos obtidos na base de classificação para a realização do ajustamento e conseqüentemente a classificação dos instrumentos e a verificação da qualidade deste dados.

FIGURA 14 - CONFIGURAÇÃO DOS PONTOS



Da figura 14, as equações de observação são

$$\begin{array}{l}
 1^{\text{a}} \text{ Série} \\
 \begin{array}{l}
 v_1^I = \quad \quad \quad z_1 \quad - l_1^I \\
 v_2^I = x_2 \quad + z_1 \quad - l_2^I \\
 v_3^I = x_3 \quad + z_1 \quad - l_3^I \\
 v_4^I = x_4 \quad + z_1 \quad - l_4^I
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2^{\text{a}} \text{ Série} \\
 \begin{array}{l}
 v_1^{II} = \quad \quad \quad z_2 \quad - l_1^{II} \\
 v_2^{II} = x_2 \quad + z_2 \quad - l_2^{II} \\
 v_3^{II} = x_3 \quad + z_2 \quad - l_3^{II} \\
 v_4^{II} = x_4 \quad + z_2 \quad - l_4^{II}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 3^{\text{a}} \text{ Série} \\
 \begin{array}{l}
 v_1^{III} = \quad \quad \quad z_3 \quad - l_1^{III} \\
 v_2^{III} = x_2 \quad + z_3 \quad - l_2^{III} \\
 v_3^{III} = x_3 \quad + z_3 \quad - l_3^{III} \\
 v_4^{III} = x_4 \quad + z_3 \quad - l_4^{III}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4^{\text{a}} \text{ Série} \\
 \begin{array}{l}
 v_1^{IV} = \quad \quad \quad z_4 \quad - l_1^{IV} \\
 v_2^{IV} = x_2 \quad + z_4 \quad - l_2^{IV} \\
 v_3^{IV} = x_3 \quad + z_4 \quad - l_3^{IV} \\
 v_4^{IV} = x_4 \quad + z_4 \quad - l_4^{IV}
 \end{array}
 \end{array}$$

Das equações de observação acima, obtém-se:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz dos pesos é igual a identidade por considerar-se pesos iguais para todas as observações

$${}_{16}P_{16} = [I]$$

De posse das matrizes A, P e L, obtém-se os valores das direções ajustadas e orientações com a expressão 5.16 obtendo-se assim:

$$X = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,1415^\circ \\ 45,1534^\circ \\ 100,9091^\circ \\ 0,0892^\circ \\ 45,1848^\circ \\ 90,1486^\circ \\ 135,1509^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9^\circ 08' 29,40'' \\ 45^\circ 09' 12,24'' \\ 100^\circ 54' 32,76'' \\ 0^\circ 05' 219,12'' \\ 45^\circ 11' 05,28'' \\ 90^\circ 08' 54,96'' \\ 135^\circ 09' 03,24'' \end{bmatrix}$$

Variância da unidade peso *a posteriori* :

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{(n-1)(s-1)} = \frac{27,41}{9} = 3,0456$$

MVC das correções (direções e orientações) e dos parâmetros

$$\sum X = \sum X_a = \begin{bmatrix} 1.5226 & 0.7613 & 0.7613 & -0.7613 & -0.7613 & -0.7613 & -0.7613 \\ & 1.5226 & 0.7613 & -0.7613 & -0.7613 & -0.7613 & -0.7613 \\ & & 1.5626 & -0.7613 & -0.7613 & -0.7613 & -0.7613 \\ & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & 0.5710 \\ & & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 \\ & & & & & 1.3323 & 0.5710 \\ & & & & & & 1.3323 \end{bmatrix} (")$$

simétrica

MVC dos valores ajustados:

$$\sum L_a = \begin{bmatrix} 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & 0.5710 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 \\ & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 \\ & & 1.3323 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 \\ & & & 1.3323 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 \\ & & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & 0.5710 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 \\ & & & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 \\ & & & & & & 1.3323 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 \\ & & & & & & & 1.3323 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 \\ & & & & & & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 \\ & & & & & & & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & -0.1903 \\ & & & & & & & & & & 1.3323 & 0.5710 & -0.1903 & -0.1903 & 0.5710 \\ & & & & & & & & & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 & 0.5710 \\ & & & & & & & & & & & & 1.3323 & 0.5710 & 0.5710 \\ & & & & & & & & & & & & & 1.3323 & 0.5710 \\ & & & & & & & & & & & & & & 1.3323 \end{bmatrix}$$

simétrica

MVC dos resíduos:

$$\sum v = \begin{bmatrix} 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & 0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 \\ & 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & 0,5710 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 \\ & & 1,7129 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5710 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 \\ & & & 1,7129 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 \\ & & & & 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 \\ & & & & & 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 \\ & & & & & & 1,7129 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 \\ & & & & & & & 1,7129 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 \\ & & & & & & & & 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 \\ & & & & & & & & & 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 \\ & & & & & & & & & & 1,7129 & 0,5719 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 & -0,1903 \\ & & & & & & & & & & & 1,7129 & -0,1903 & -0,1903 & -0,1903 & 0,5719 \\ & & & & & & & & & & & & 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 & 0,5719 \\ & & & & & & & & & & & & & 1,7129 & 0,5719 & 0,5719 \\ & & & & & & & & & & & & & & 1,7129 & 0,5719 \\ & & & & & & & & & & & & & & & 1,7129 \end{bmatrix}$$

Vetor dos resíduos:

$$V = \begin{bmatrix} v_1^1 \\ v_1^2 \\ v_1^3 \\ v_1^4 \\ v_2^1 \\ v_2^2 \\ v_2^3 \\ v_2^4 \\ v_3^1 \\ v_3^2 \\ v_3^3 \\ v_3^4 \\ v_4^1 \\ v_4^2 \\ v_4^3 \\ v_4^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0140'' \\ -0,6345'' \\ -0,0095'' \\ 0,7910'' \\ -2,4465'' \\ 0,9660'' \\ -0,0590'' \\ 1,5395'' \\ 0,9655'' \\ -0,7220'' \\ -1,0470'' \\ 0,8035'' \\ 1,6280'' \\ 0,3905'' \\ 1,1155'' \\ -3,1340'' \end{bmatrix}$$

Teste χ^2 da forma quadrática dos resíduos:

$$H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$$

$$H_1: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$$

$$\chi_{\text{calculado}}^2 : \chi^{*2} = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} v = \frac{V^T P V}{\sigma_0^2} = \frac{27,4121}{1} = 27,4121 \cong 27,41$$

$$\chi_{\text{teórico}}^2 \text{ com } \alpha = 1\% : 0,5\alpha = 0,005 \quad ; \quad 1 - 0,5\alpha = 0,995$$

$$\chi_{9; 0,005}^2 = 1,74; \quad \chi_{9; 0,995}^2 = 23,59$$

Portanto, H_0 é rejeitada ao nível de significância de 1%.

Teste *data - snooping* na análise dos erros grosseiros no método paramétrico na classificação de teodolitos e estações totais.

A matriz dos pesos das observações é dada por

$${}_{16}P_{16} = \sigma_0^2 (\sum L_b)^{-1} = [I]$$

com $\sigma_0^2 = 1$ (adimensional).

O vetor dos resíduos, a matriz variância-covariância dos resíduos e a variância da unidade de peso *a posteriori* são retirados dos cálculos anteriores, e expostos na sequência.

$$V = \begin{bmatrix} v_1^1 \\ v_1^2 \\ v_1^3 \\ v_1^4 \\ v_2^1 \\ v_2^2 \\ v_2^3 \\ v_2^4 \\ v_3^1 \\ v_3^2 \\ v_3^3 \\ v_3^4 \\ v_4^1 \\ v_4^2 \\ v_4^3 \\ v_4^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0140'' \\ -0,6345'' \\ -0,0095'' \\ 0,7910'' \\ -2,4465'' \\ 0,9660'' \\ -0,0590'' \\ 1,5395'' \\ 0,9655'' \\ -0,7220'' \\ -1,0470'' \\ 0,8035'' \\ 1,6280'' \\ 0,3905'' \\ 1,1155'' \\ -3,1340'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ v_9 \\ v_{10} \\ v_{11} \\ v_{12} \\ v_{13} \\ v_{14} \\ v_{15} \\ v_{16} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = 27,4121, \text{ e}$$

calculando o produto matricial obtém-se

$$\frac{1}{\dot{\alpha}_0^2} \sum VP = \begin{bmatrix} 0.5625 & -0.1875 & -0.1875 & -0.1875 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 \\ & 0.5625 & -0.1875 & -0.1875 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 \\ & & 0.5625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 \\ & & & 0.5625 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 \\ & & & & 0.5625 & -0.1875 & -0.1875 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 \\ & & & & & 0.5625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 \\ & & & & & & 0.5625 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 \\ & & & & & & & 0.5625 & -0.1875 & -0.1875 & -0.1875 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 \\ & & & & & & & & 0.5625 & -0.1875 & -0.1875 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 \\ & & & & & & & & & 0.5625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 & 0.0625 \\ & & & & & & & & & & 0.5625 & 0.0625 & 0.0625 & 0.0625 & -0.1875 & 0.0625 \\ & & & & & & & & & & & 0.5625 & -0.1875 & -0.1875 & -0.1875 & 0.0625 \\ & & & & & & & & & & & & 0.5625 & -0.1875 & -0.1875 & 0.0625 \\ & & & & & & & & & & & & & 0.5625 & -0.1875 & 0.0625 \\ & & & & & & & & & & & & & & 0.5625 & -0.1875 \\ & & & & & & & & & & & & & & & 0.5625 \end{bmatrix}$$

simétrica

Da qual retiram-se os números-redundância r_i e conforme a expressão 6.35 obtém-se a redundância total r ou o número de graus de liberdade do problema:

$$r_1 = 0,5625$$

$$r_2 = 0,5625$$

$$r_3 = 0,5625$$

$$r_4 = 0,5625$$

$$r_5 = 0,5625$$

$$r_6 = 0,5625$$

$$r_7 = 0,5625$$

$$r_8 = 0,5625$$

$$r_9 = 0,5625$$

$$r_{10} = 0,5625$$

$$r_{11} = 0,5625$$

$$r_{12} = 0,5625$$

$$r_{13} = 0,5625$$

$$r_{14} = 0,5625$$

$$r_{15} = 0,5625$$

$$r_{16} = 0,5625$$

$$r = \sum_{i=1}^{16} r_i = 9$$

A partir dos resíduos-redundância obtém-se os resíduos padronizados w_i :

$w_1 = -0,1958$	aceito	$w_9 = -0,9626$	aceito
$w_2 = -0,8458$	aceito	$w_{10} = 1,0540$	aceito
$w_3 = -0,0124$	aceito	$w_{11} = -1,3958$	aceito
$w_4 = -3,2625$	rejeitado	$w_{12} = 1,0710$	aceito
$w_5 = 1,2875$	aceito	$w_{13} = 2,1709$	rejeitado
$w_6 = -0,0791$	aceito	$w_{14} = 0,5209$	aceito
$w_7 = 2,0542$	rejeitado	$w_{15} = 1,4873$	aceito
$w_8 = 1,2874$	aceito	$w_{16} = -4,1791$	rejeitado

Comparando os valores dos resíduos padronizados w_i em módulo com os valores de k ($k = 1,96$) da tabela 8, verifica-se que para o nível de significância 95% existem 4 valores, w_4 , w_7 , w_{13} e w_{16} , para os quais a hipótese H_0 é rejeitada.

6 DETERMINAÇÃO DAS "DIREÇÕES - PADRÃO" DA BASE

Uma base de campo tal como implantada na UFPR, pode permitir a determinação dos elementos para a calibração de instrumentos tais como, teodolitos e estações totais. Isto é possível, quando as direções entre os pilares e conseqüentemente os ângulos da base são conhecidos com suficiente precisão para elas serem consideradas como direções "padrão". Para isto, as direções "padrão" são direções tidas como referência da base e devem ser estabelecidas com uma precisão maior à precisão dos instrumentos que nela forem calibrados.

As "direções - padrão", da base de classificação da UFPR, foram determinadas através da observação dos quatro pilares alvos de onde obteve-se as direções e foram determinadas as correções a serem aplicadas às direções, obtidas através do ajustamento das equações de observação, realizadas por um teodolito com precisão maior daqueles que serão calibrados na base.

Dentre os teodolitos existentes que possibilitariam as medidas de alta precisão para determinar as direções "padrão", podemos citar os seguintes:

DKM3 – da Kern & Co. com leituras diretas de 0,5"

T4 – da Wild Heerbrugg AG. com leituras diretas de 0,2"

Theo 002 – da VEB Carl Zeiss JENA. com leituras diretas 0,2"

Dos teodolitos citados acima, o Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná possui os dois primeiros, ambos em condições de operação.

O instrumento escolhido para a determinação das direções “padrão” foi o DKM-3, por se tratar de um instrumento de pequeno porte, leve, aproximadamente 12 quilogramas e de fácil transporte, tal é o caso do teodolito T4 da Wild, com um peso aproximado de 50 quilogramas.

Para complementar a determinação das direções “padrão” foram realizadas também observações com outros instrumentos disponíveis, e assim para poder comparar os resultados obtidos com o DKM-3. Os instrumentos utilizados foram:

- a estação total TC – 2002 da Leica com precisão nominal de 0,5”
- o teodolito T2 universal da Wild Heerbrugg com precisão de 1,0”.

6.1 DETERMINAÇÃO DAS "DIREÇÕES - PADRÃO" COM O DKM-3

Foram realizados dois conjuntos de observações cada um dos conjuntos formados por quatro séries em dias diferentes a saber 17 de junho de 1998 e 22 de julho de 1998, com condições atmosféricas diversas. Na seqüência são apresentadas as características do teodolito DKM3 e a metodologia para a obtenção dos dados e os cálculos das "direções - padrão".

6.1.1 Características do Teodolito DKM-3

O teodolito DKM-3 é um instrumento com os requisitos para a utilização nos levantamentos de primeira ordem e segunda ordem, como também em medições de controle e deformações em obras de engenharia e trabalhos astronômicos simples.

O DKM3 é um teodolito repetidor. Os limbos graduados tanto o horizontal quanto o vertical são feitos de cristal e gravados com dois conjuntos concêntricos de

graduações. Na Tabela 9 são apresentadas as características técnicas do teodolito DKM-3.

TABELA 9 - CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DO TEODOLITO DKM-3

Luneta (imagem direta)	
Aumento da luneta	45vezes/30vezes
Diâmetro da objetiva	68 mm
Diâmetro do campo visual a 1000 metros	27 m
Distância mínima de focagem	1,7 m
Constante de multiplicação	100
Constante de adição	0
Sensibilidade dos níveis	
Nível da alidade	1,5"/2 mm
Nível esférico	1,5'/2 mm
Desvio padrão	
Ângulo horizontal	0,5"
Ângulo vertical	0,5"
Limbos de cristal	
Diâmetro da graduação do círculo horizontal (Az)	100 mm
Diâmetro da graduação do círculo vertical (V)	100 mm
Intervalo de graduação limbo horizontal	10'
Intervalo de graduação do micrômetro horizontal	0,5"
Intervalo de graduação limbo vertical	10'
Intervalo de graduação do micrômetro vertical	0,5"

6.1.2 Cálculo das "Direções - Padrão"

As "direções - padrão" foram calculadas conforme metodologia apresentada no capítulo 5, da qual obtém-se os valores para as direções, seus desvios-padrão valores para os testes Qui-quadrado e *data - snooping*.

A Tabela 10 mostra as observações, os resíduos e os resíduos padronizados para o teste *data - snooping*.

**TABELA 10 - OBSERVAÇÕES, RESÍDUOS E RESÍDUOS PADRONIZADOS EM
17/06/98**

Leituras	Observações	Resíduos (v)	Res. Padronizado(w)
1	0,000208333°	-0,1363"	0,1817
2	9,141963889°	0,0312"	0,0416
3	45,15353889°	0,0587"	0,0783
4	100,9090944°	0,0463"	0,0618
5	44,99987500°	-0,2988"	-0,3984
6	54,14152778°	0,2387"	0,3183
7	90,15319444°	-0,0638"	-0,0850
8	145,9086944°	0,1238"	0,1651
9	90,00029167°	0,4963"	0,6617
10	99,14210556°	0,4538"	0,6051
11	135,1538056°	0,0312"	0,0415
12	190,9096389°	-0,9813"	-1,3084
13	135,0003194°	-0,0613"	-0,0817
14	144,1423055°	-0,7238"	-0,9650
15	180,1536944°	-0,0261"	-0,0348
16	235,9090139°	0,8111"	1,0815

Teste χ^2 da forma quadrática dos resíduos em 17/06/98:

$$H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2,$$

$$H_1: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2,$$

$$\chi_{\text{calculado}}^2 : \chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} v = \frac{0,3104}{1} \cdot 9 = 2,7936 \cong 2,79$$

$$\chi_{\text{teórico}}^2 \text{ com } \alpha = 1\% : 0,5\alpha = 0,005 ; 1 - 0,5\alpha = 0,995$$

$$\chi_{9; 0,005}^2 = 1,74; \quad \chi_{9; 0,995}^2 = 23,59$$

$$1,74 < 2,79 < 23,59$$

$$\chi_{\text{teórico}}^2 \text{ com } \alpha = 5\% : 0,5\alpha = 0,025 ; 1 - 0,5\alpha = 0,975$$

$$\chi_{9; 0,005}^2 = 2,70; \quad \chi_{9; 0,995}^2 = 19,02$$

$$2,70 < 2,79 < 19,02$$

Teste *data - snooping* dos dados em 17/06/98:

$w_1 = 0,1817$	aceito	$w_9 = 0,6617$	aceito
$w_2 = 0,0416$	aceito	$w_{10} = 0,6051$	aceito
$w_3 = 0,0783$	aceito	$w_{11} = 0,0415$	aceito
$w_4 = 0,0618$	aceito	$w_{12} = -1,3084$	aceito
$w_5 = -0,3984$	aceito	$w_{13} = 0,0817$	aceito
$w_6 = 0,3183$	aceito	$w_{14} = -0,9650$	aceito
$w_7 = -0,0850$	aceito	$w_{15} = -0,0348$	aceito
$w_8 = 0,1651$	aceito	$w_{16} = 1,0815$	aceito

TABELA 11 - OBSERVAÇÕES, RESÍDUOS E RESÍDUOS PADRONIZADOS EM
22/06/98

Leituras	Observações	Resíduos (v)	Res. Padronizado(w)
1	0,000208444°	-0,5666"	-0,7554
2	9,141861111°	-0,2791"	-0,3721
3	45,15353889°	0,4499"	0,5999
4	100,9087778°	0,3958"	0,5277
5	45,00055555°	-0,3516"	-0,4688
6	54,14220833°	-0,0641"	-0,0855
7	90,15387499°	0,7049"	0,9399
8	145,9093750°	-0,2892"	-0,3856
9	90,00038286°	0,6108"	0,8145
10	99,14229953°	-0,0517"	-0,0689
11	135,1542440°	-0,2828"	-0,3770
12	190,9094661°	-0,2764"	-0,3685
13	135,0005000°	0,3073"	0,4098
14	144,1422083°	0,3949"	0,5266
15	180,1544405°	-0,8720"	-1,1627
16	235,9093750°	0,1698"	0,2264

Teste χ^2 da forma quadrática dos resíduos em 22/07/98:

$$H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$$

$$H_1: \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2$$

$$\chi^2_{\text{calculado}} : \chi^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} v = \frac{0,5810}{1} . 9 = 5,229 \cong 5,23 ,$$

$\chi^2_{\text{teórico}}$ com $\alpha = 1\%$: $0,5\alpha = 0,005$; $1 - 0,5\alpha = 0,995$,

$\chi^2_{9; 0,005} = 1,74$; $\chi^2_{9; 0,995} = 23,59$,

$1,74 < 5,23 < 23,59$,

$\chi^2_{\text{teórico}}$ com $\alpha = 5\%$: $0,5\alpha = 0,025$; $1 - 0,5\alpha = 0,975$,

$\chi^2_{9; 0,025} = 2,70$; $\chi^2_{9; 0,975} = 19,02$,

$2,70 < 5,23 < 19,02$.

Teste *data - snooping* dados em 22/06/98:

$w_1 = -0,7554$	aceito	$w_9 = 0,8145$	aceito
$w_2 = -0,3721$	aceito	$w_{10} = -0,0689$	aceito
$w_3 = 0,5999$	aceito	$w_{11} = -0,3770$	aceito
$w_4 = 0,5277$	aceito	$w_{12} = -0,3685$	aceito
$w_5 = -0,4688$	aceito	$w_{13} = 0,4098$	aceito
$w_6 = -0,0855$	aceito	$w_{14} = 0,5266$	aceito
$w_7 = 0,9399$	aceito	$w_{15} = -1,1627$	aceito
$w_8 = -0,3856$	Aceito	$w_{16} = 0,2264$	aceito

Nas figuras 15, 16, 17 e 18 a seguir são mostrados os gráficos dos resíduos e dos resíduos padronizados do teste *data - snooping* referentes aos dois conjuntos de dados realizados nos dias 17/06 e 22/06 com o teodolito DKM-3 nos quais pode se verificar que; para as duas datas não foi cometido nenhum erro grosseiro.

FIGURA 15 - RESÍDUOS (v) X LEITURAS EM 17/06/98

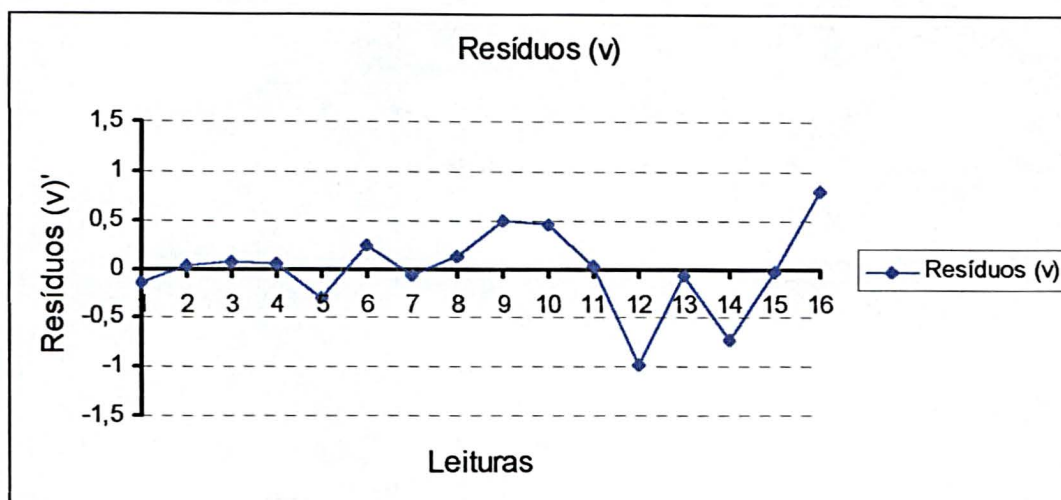


FIGURA 16 - TESTE DATA - SNOOPING EM 17 /06/98 (RESÍDUOS PADRONIZADOS X LEITURAS)

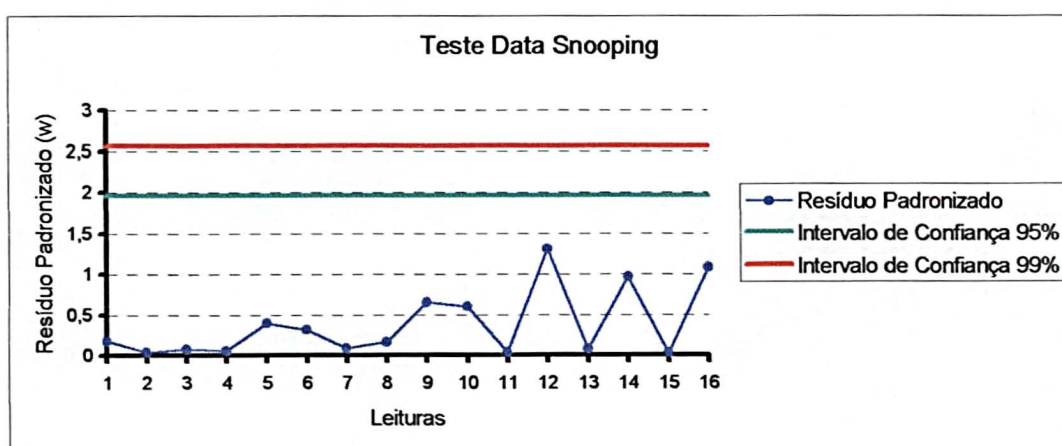


FIGURA 17 - RESÍDUOS (v) X LEITURAS

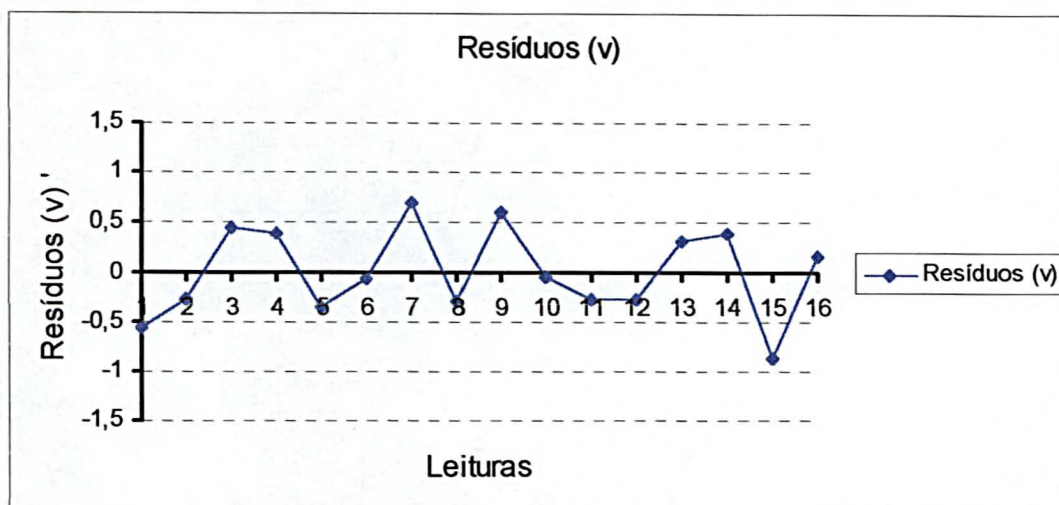
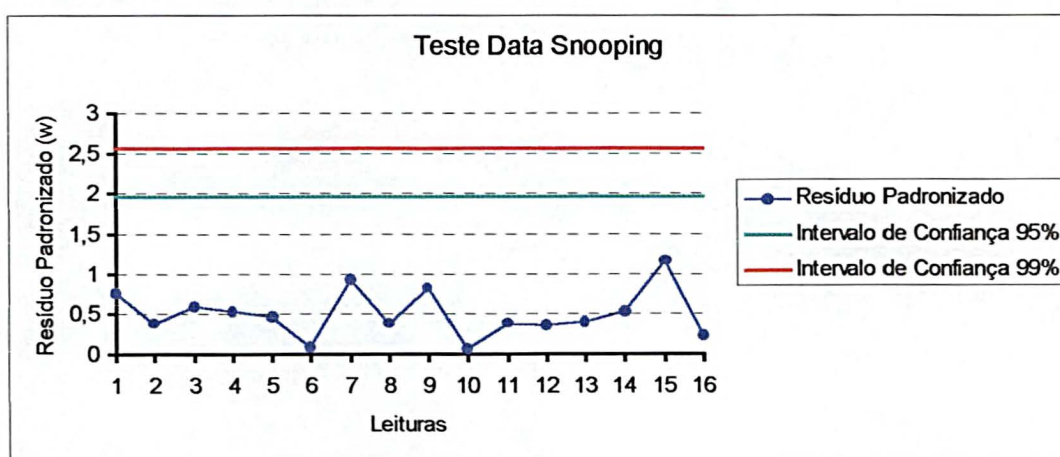


FIGURA 18 - TESTE DATA - SNOOPING EM 22/06/98 (RESÍDUOS PADRONIZADOS X LEITURAS)



A seguir na Tabela 12 são mostradas as direções obtidas nos dias 17/06/98 e 22/06/98 a média aritmética, seus desvios-padrão. conseqüentemente pode-se verificar que de acordo com a Tabela 5 que indica a classificação dos teodolitos segundo seu desvios-padrão este é classificado como um teodolito de precisão alta.

TABELA 12 - VALORES OBTIDOS EM 17/06/98 E 22/07/98

Ângulos	Ângulos ajustados em 17/06/98	Ângulos ajustados em 22/07/98	Média Aritmética	Diferença em (")
X_2	09° 08' 30,12"	09° 08' 30,48"	9° 08' 30,30"	0,36"
X_3	45° 09' 12,96"	45° 09' 12,24"	45° 09' 12,60"	-0,72"
X_4	100° 54' 32,00"	100° 54' 31,30"	100° 54' 31,65"	-0.60"
	$\hat{\sigma}_0 = 0,5571$	$\hat{\sigma}_0 = 0,5810$		

7 OBSERVAÇÕES COM UM TEODOLITO UNIVERSAL T2: AQUISIÇÃO DOS DADOS, ANÁLISE DOS RESULTADOS E CLASSIFICAÇÃO

O processo de classificação de teodolitos em uma base de pilares em campo permite a obtenção de medidas, para determinação do desvio-padrão de uma direção nas duas posições da luneta posição direta e posição inversa permitindo assim a sua classificação.

Antes de iniciarmos cada processo de classificação devemos levar em conta que os instrumentos a serem classificados deveram ser verificados e retificados, para isto utiliza-se um colimador de ajuste de alta precisão. No colimador, a imagem de um retículo é projetada para a capacidade máxima de focalização do equipamento.

Os procedimentos essenciais para a verificação consistem na verificação e retificação da verticalidade do eixo principal e na verificação e retificação do paralelismo entre o eixo de colimação e o eixo do nível tubular, sendo que o eixo principal do nível é normal ao plano do horizonte do limbo e deve passar pelo seu centro e o eixo de colimação coincide com a linha de visada, como também verificar e retificar o perpendicularismo do eixo óptico sobre o eixo de rotação da luneta, a horizontalidade do eixo de rotação da luneta e o paralelismo e horizontalismo do eixo do nível da bolha da luneta.

7.1 AQUISIÇÃO DOS DADOS

Em cada processo de classificação são utilizados os seguintes equipamentos:

- Teodolito a ser classificado;

- quatro alvos tipos Zeiss Jena;
- guarda-sol para proteção do instrumento;
- psicrômetro digital com precisão de 0,5 °C;
- sensor de temperatura com precisão de 0,5 °C;
- 1 operador familiarizado com o instrumento;
- 1 anotador para preenchimento dos dados.

A aquisição dos dados para a realização da classificação na base dos teodolitos e estações totais na Universidade Federal do Paraná seguiu a seguinte seqüência:

- observações de quatro séries nas duas posições da luneta, posição direta (PD) e posição inversa (PI);
- leituras das temperaturas seca, úmida e umidade relativa do ar com o psicrômetro, no começo e final das quatro séries;
- leituras da temperatura interna dos pilares;
- os seguintes itens devem ser registrados para cada série de dados:
 - modelo e número de série do equipamento;
 - tipo de equipamento;
 - data e hora das observações;
 - nome do operador;
 - dados atmosféricos;
 - dados gerais.

Em anexo é apresentado um modelo de uma folha onde são anotados os dados obtidos no campo, como descritos na seqüência acima.

Na Tabela 13 são mostradas as características técnicas do teodolito Universal T2, utilizado na ilustração de este exemplo.

TABELA 13 - CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS DO TEODOLITO UNIVERSAL T2

Luneta (imagem direta)	
Aumento da luneta	30 vezes
Diâmetro da objetiva	40 mm
Diâmetro do campo visual a 1000 metros	29 m
Distância mínima de focagem	2,2 m
Constante de multiplicação	100
Constante de adição	0
Sensibilidade dos níveis	
Nível da alidade	20"/2 mm
Nível esférico	8'/2 mm
Desvio-padrão	
Ângulo Horizontal	1"
Ângulo Vertical	1"
Limbos de cristal	
Diâmetro da graduação do círculo horizontal (Az)	90 mm
Diâmetro da graduação do círculo vertical (V)	70 mm
Intervalo de graduação dos círculos	20'
Intervalo do micrômetro	1"

**TABELA 14 - DADOS OBTIDOS COM O TEODOLITO UNIVERSAL T2 EM
01/07/98**

Leituras	Observações	Resíduos (v)	Resíduos Padronizado(w)
1	0,089263889°	0,1568"	-0,1958
2	9,230916667°	-0,6344"	-0,8458
3	45,24266667°	-0,0093"	-0,0124
4	100,9980556°	0,7905"	1,0540
5	45,18543056°	-2,4469"	-3,2625
6	54,32600000°	0,9656"	1,2875
7	90,33820833°	-0,0593"	-0,0791
8	146,0933750°	1,5406"	2,0542
9	90,14834722°	0,9656"	1,2875
10	99,29033333°	-0,7219"	-0,9626
11	135,3023472°	-1,0468"	-1,3958
12	191,0574444°	0,8032"	1,0710
13	135,1504722°	1,6282"	2,1709
14	144,2923333°	0,3907"	0,5209
15	180,3040556°	1,1155"	1,4873
16	236,0608472°	-3,1343"	-4,1791

Na figura 19, a seguir, mostra-se a relação entre os resíduos e leituras como também, na figura 20, faz-se a confrontação entre os resíduos padronizados onde se verifica que, sob a consideração de um intervalo de confiança de 95%, que é o adotado pela DIN 18723 teil 3, existem erros grosseiros nas observações 5, 8, 13 e 16. Ainda a leitura 16 esta fora da região de aceitação de 99%, mesmo o instrumento em questão encontrar-se classificado de acordo com a Tabela 5 como de precisão alta com $\sigma_0 = 1,74''$ abaixo de $2,0''$ sugerido pela norma NBR 13133.

FIGURA 19 - RESÍDUOS (V) X LEITURAS

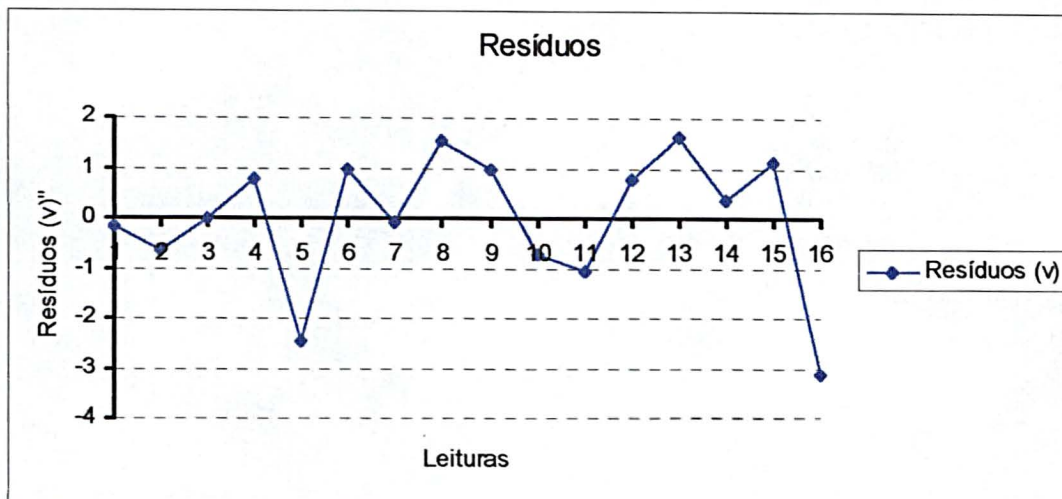


FIGURA 20 - RESÍDUOS PADRONIZADOS (w) X LEITURAS

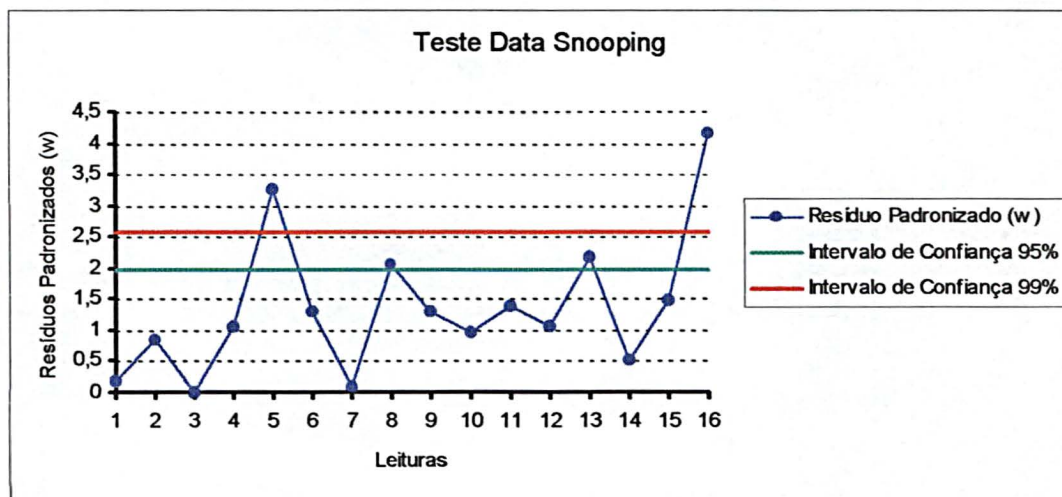


TABELA 15 - DADOS DO TEODOLITO UNIVERSAL T2 EM 01/07/98

Leituras	Observações	Resíduos (v)	Resíduos Padronizado(w)
1	0,089263889°	0,4219"	-0,5625
2	9,230916667°	-0,5344"	-0,7125
3	45,24266667°	1,5155"	2,0207
4	100,9980556°	-0,5593"	-0,7457
5	45,18543056°	0,7532"	1,0042
6	54,32600000°	0,0407"	0,0542
7	90,33820833°	0,0906"	0,1208
8	146,0933750°	-0,8844"	-1,1792
9	90,14834722°	-0,2343"	-0,3125
10	99,29033333°	-0,4969"	-0,6625
11	135,3023472°	0,3032"	0,4042
12	191,0574444°	0,4281"	0,5707
13	135,1504722°	-0,0970"	-0,1293
14	144,2923333°	0,9906"	1,3208
15	180,3040556°	-1,9093"	-2,5457
16	236,0608472°	1,0157"	1,3542

Na figura 21, a seguir, mostra-se a relação entre os resíduos e leituras como também na figura 22, faz-se a confrontação entre os resíduos padronizados onde se verifica que existem erros grosseiros nas observações 3 e 15 pois, estas duas leituras estão fora da região de aceitação de 95%, mesmo o instrumento em questão encontrar-se classificado de acordo com a Tabela 5 como de alta precisão com $\sigma_0 = 1,09''$ abaixo de $2,0''$ sugerido pela norma.

FIGURA 21 - RESÍDUOS (v) X LEITURAS

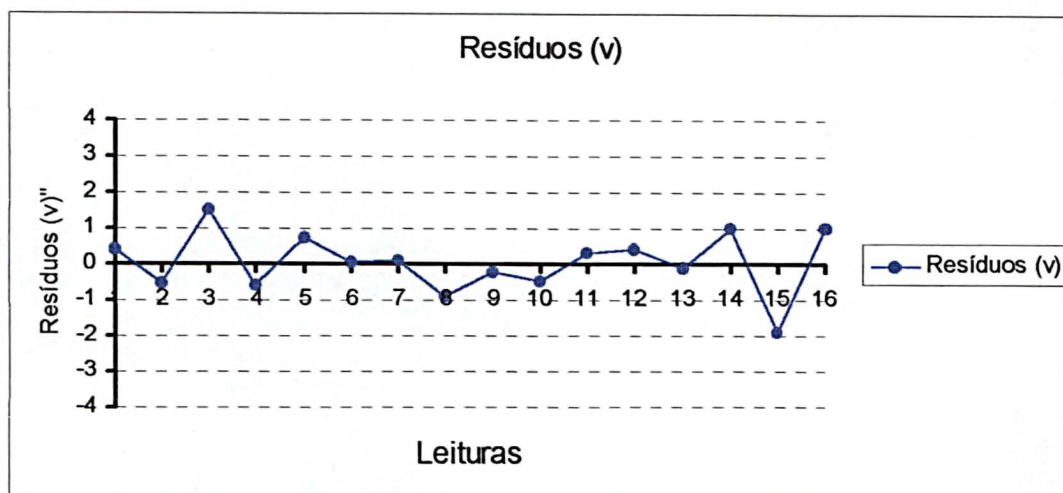


FIGURA 22 - RESÍDUOS PADRONIZADOS (w) X LEITURAS

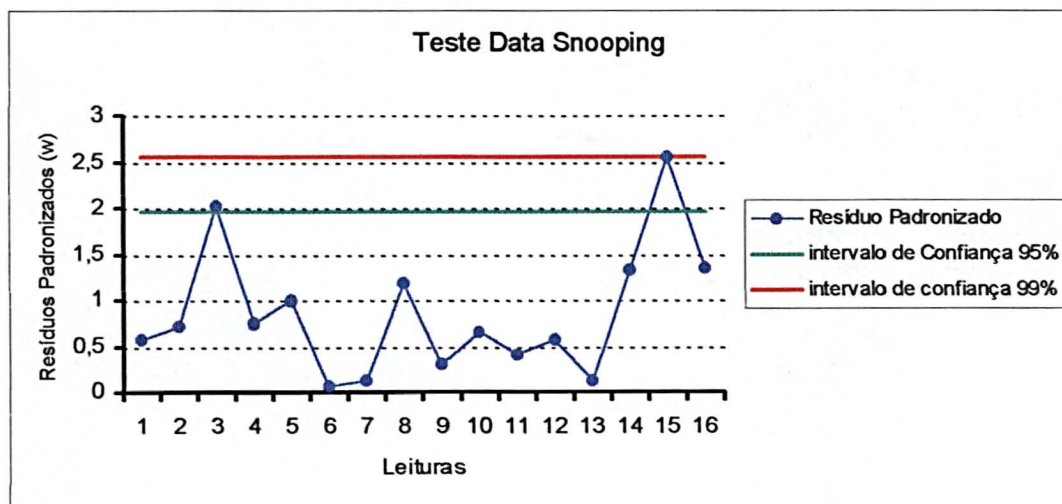


TABELA 16 - DADOS OBTIDOS COM O TEODOLITO T2 EM 07/0798

Leituras	Observações	Resíduos (v)	Resíduos Padronizado(w)
1	0,2115°	0,8681"	1,1575
2	9,353°	-0,8818"	-1,1758
3	45,3642778°	1,0930"	1,4574
4	101,1206944°	-1,0793"	-1,4391
5	45,0555556°	-0,1795"	-0,2393
6	54,1962778°	0,8706"	1,1608
7	90,2085833°	-0,8542"	-1,1390
8	145,9641138°	0,1631"	0,2175
9	90,06661111°	-0,8568"	-1,1424
10	99,2072778°	0,3931"	0,5242
11	135,2193889°	-0,6319"	-0,8425
12	190,9747222°	1,0956"	1,4608
13	135,0621111°	0,1682"	0,2243
14	144,2032778°	-0,3819"	-0,5092
15	180,2148889°	0,3931"	0,5241
16	235,9708611°	-0,1794"	-0,2392

Na figura 23 a seguir mostra-se a relação entre os resíduos e leituras como também na figura 24 faz-se a confrontação entre os resíduos padronizados onde verifica-se que não existem erros grosseiros nas observações, sendo que todas as leitura estão dentro da região de aceitação de 95%, o instrumento em questão encontrar-se classificado de acordo com a Tabela 5 como de alta precisão com $\sigma_0 = 1,05''$ abaixo de 2,0" sugerido pela norma.

FIGURA 23 - RESÍDUOS (V) X LEITURAS

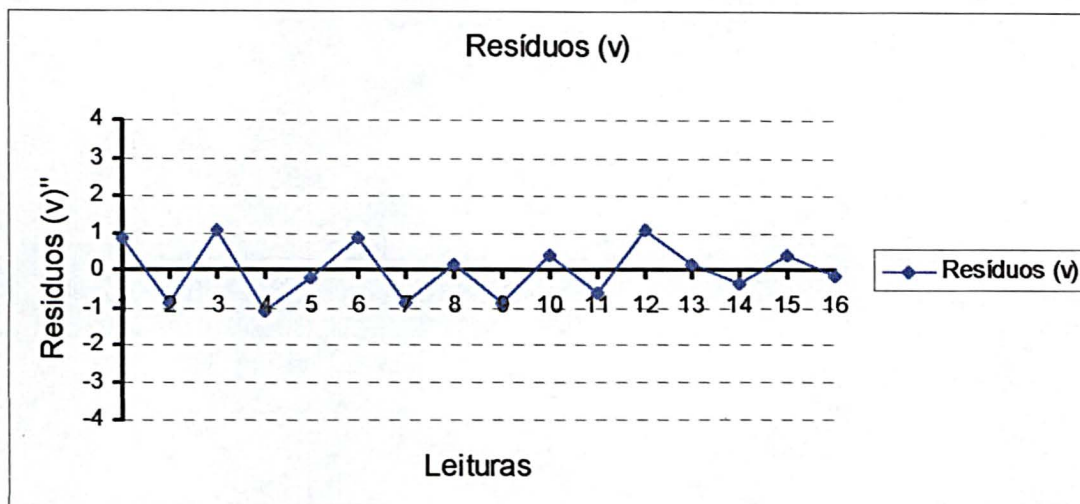


FIGURA 24 - RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS

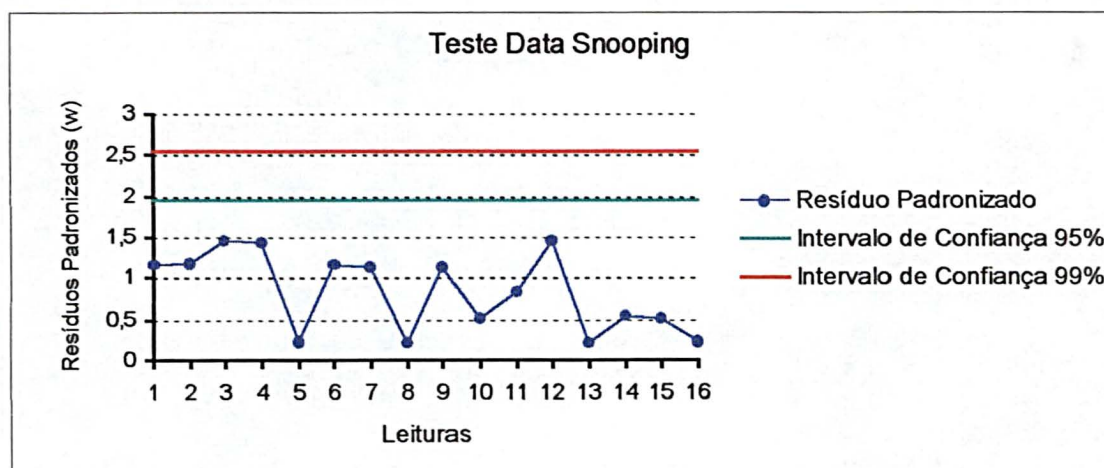


TABELA 17 - DADOS OBTIDOS COM O TEODOLITO T2 EM 07/0798

Leituras	Observações	Resíduos (v)	R. Padronizado(w)
1	0,00555555°	-0,0781"	-0,1041
2	9,147208328°	0,0969"	0,1292
3	45,15895833°	-0,4719"	0,6293
4	100,9143473°	-0,4908"	-0,6544
5	45,061111°	0,8282"	-1,1042
6	54,14741666°	0,5968"	0,7958
7	90,15934721°	0,3219"	0,4291
8	145,9145833°	-0,0905"	-0,1207
9	90,02193056°	1,0344"	1,3792
10	99,16391667°	0,0094"	0,0125
11	135,1759306°	-0,5657"	-0,7543
12	190,9310278°	-0,4781"	-0,6375
13	135,0285556°	-0,1282"	-0,1709
14	144,1704167°	-0,7032"	-0,9376
15	180,1821389°	-0,2281"	-0,3041
16	235,9369028°	1,0594"	1,4126

Na figura 25 a seguir mostra-se a relação entre os resíduos e leituras como também na figura 26 faz-se a confrontação entre os resíduos padronizados onde verifica-se que não existem erros grosseiros nas observações, sendo que todas as leituras estão dentro da região de aceitação de 95%, o instrumento em questão encontrar-se classificado de acordo com a Tabela 5 como de alta precisão com $\sigma_0 = 0,80''$ abaixo de 2,0'' sugerido pela norma.

FIGURA 25 - RESÍDUOS (v) X LEITURAS

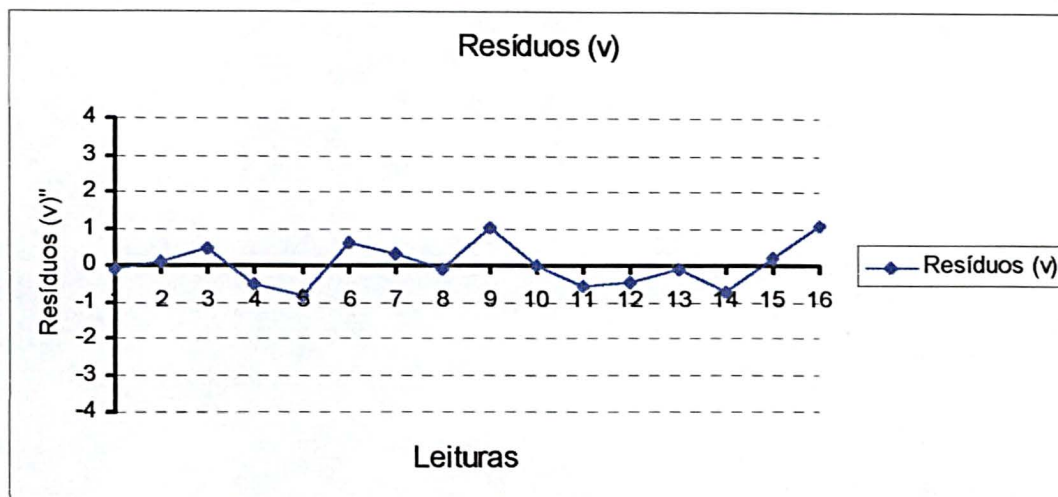
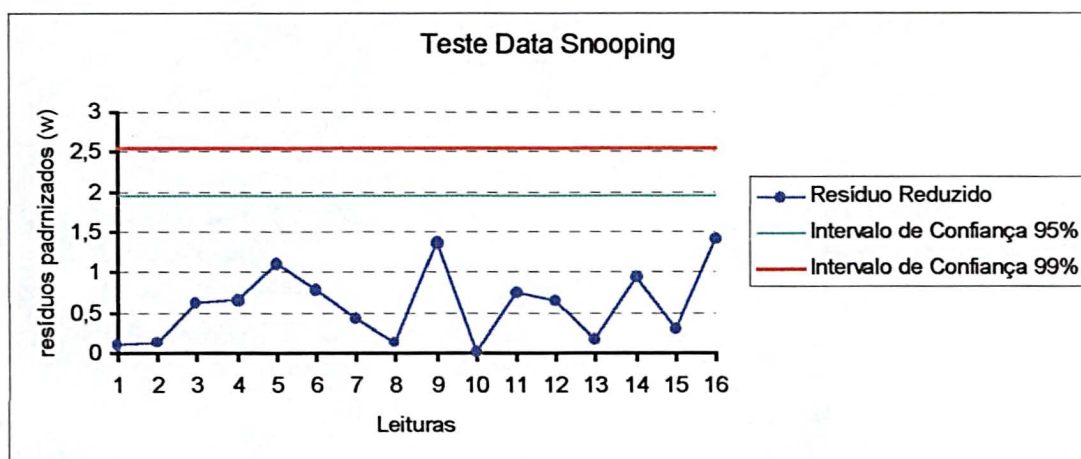


FIGURA 26 - RESÍDUOS PADRONIZADOS (w) X LEITURAS



Na Tabela 18 faz-se uma comparação entre as direções efetuadas com teodolito T2 e o teodolito DKM3.

TABELA 18 - DIREÇÕES DO T2 E DIREÇÕES PADRÃO

Direções	Valores Observados	"Direções Padrão"	Desvio-padrão
X ₂	9° 08' 29,40"	9° 08' 30,30"	0,90"
X ₃	45° 09' 11,52"	45° 09' 12,60"	1,08"
X ₄	100° 54' 31,32"	100° 54' 31,65"	0,33"
X ₂	9° 08' 27,60"	9° 08' 30,30"	2,70"
X ₃	45° 09' 10,08"	45° 09' 12,60"	2,52"
X ₄	100° 54' 31,32"	100° 54' 31,65"	0,32"
X ₂	9° 08' 29,40"	9° 08' 30,30"	0,90"
X ₃	45° 09' 12,24"	45° 09' 12,60"	0,36"
X ₄	100° 54' 32,76"	100° 54' 31,65"	-1,11"
X ₂	9° 08' 30,12"	9° 08' 30,30"	0,18"
X ₃	45° 09' 12,96"	45° 09' 12,60"	-0,36"
X ₄	100° 54' 33,12"	100° 54' 31,65"	-1.47"

8.2 RECOMENDAÇÕES

Estudar o comportamento da base através de estudos a longo período na verificação de efeitos de deslocamento e efeitos térmicos.

Realizar um maior número de observações com instrumentos em classificação em dias e condições climáticas diferentes mas não extremas.

Desenvolver esforços junto ao Laboratório de Aferição e Instrumentação Geodésica, na coleta de dados de temperatura, para assim estabelecer a influência desta, na classificação dos equipamentos.

Estudar os efeitos da refração lateral e suas conseqüências na aquisição dos dados e conseqüentemente na classificação.

Realizar estudos de outros métodos de ajustamento, por exemplo o método de variação de coordenadas permitindo também a aplicação do teste *data - snooping*.

Incorporar o método paramétrico de ajustamento das observações e os teste estatístico propostos à norma NBR 13133.

ANEXOS

- RELATÓRIO ANÁLISE GEOTÉCNICA

**UFPR**

Ministério da Educação
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Departamento de Construção Civil - DCC

Curitiba, 9 de fevereiro de 1998.

Ao prof. Nadal.

Assunto: Análise geotécnica do subsolo, no local da pesquisa.

Estamos apresentando o estudo do solo realizado no local da pesquisa de sua responsabilidade, bem como breve análise de seu resultado.

Para permitir o estudo do subsolo no local da pesquisa foi realizada uma sondagem direta de simples reconhecimento, usualmente denominada sondagem à percussão. Entre os resultados deste tipo de estudo destaca-se o perfil do terreno (camadas de solos atravessadas e nível d'água), e uma idéia da resistência dos materiais a cada metro de perfuração através do ensaio SPT (Standard Penetration Test). Trata-se do método mais empregado nas obras de engenharia no Brasil, e em diversos outros países, especialmente em estudos de terrenos para projeto de fundações.

Ate a profundidade atingida pela sondagem, o terreno encontrado pertence à Formação Guabirotuba, de grande importância por sua significativa presença na Região Metropolitana de Curitiba e municípios vizinhos. Com predominância de argilas siltosas ou siltes argilosos de alta plasticidade e elevada expansibilidade, os solos da Formação Guabirotuba são popularmente denominados de "sabão de caboclo", por tornarem-se lisos e pegajosos quando umedecidos. Sua elevada consistência e baixa compressibilidade quando confinado no maciço, fazem com que fundações e contenções sejam frequentemente executadas nestes solos. Porém sua expansibilidade é a causa mais provável de acidentes frequentes em escavações, e por seu comportamento inadequado e inesperado, em diversas obras de contenções, fundações e taludes.

Na sondagem em questão, conforme relatório anexo da empresa Fundestac Engenharia de Fundações Ltda, esse material apresenta consistência muito elevada desde o primeiro ensaio SPT, realizado a um metro abaixo da superfície. Tal característica mantém-se elevada ou aumenta ainda mais com a profundidade. O nível d'água medido no interior da sondagem foi atingido a 0,20m, ou seja, pouco abaixo da superfície. Aos 8,37m de profundidade a sondagem tornou-se impenetrável aos recursos desse tipo equipamento, devido à elevada resistência do solo.

Para a escolha das fundações dos marcos de referência a serem concretados para a pesquisa, deve-se levar em conta a necessidade funcional de minimizar movimentações e recalques. Principalmente em função das características de expansão e contração desses solos, resultantes de seu umedecimento e secagem, não é conveniente apoiar as fundações das referências de concreto em profundidade sujeita a variações importantes de umidade. Portanto, apesar das pequenas cargas de compressão que serão transmitidas às fundações,

**UFPR**

Ministério da Educação
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Departamento de Construção Civil - DCC

é mais recomendável a utilização de estacas longas. A solução que aparenta ser mais viável técnica e economicamente, é em estaca escavada mecanicamente, com comprimento mínimo de 7,0m. Ao longo de aproximadamente 1,50m em seu trecho mais superficial, a escavação poderia ser revestida por tubo plástico antes do lançamento do concreto, de modo a reduzir a interação entre a estaca e o terreno mais suscetível a variações de umidade.

Caso não seja possível, por qualquer motivo, a realização de tal fundação, pode ser utilizada estaca manual ou sapata, desde que firmemente engastadas no solo de alta resistência. Nestes casos, a execução de um "bench mark" (RN profundo) deve ser prevista, de modo a permitir verificações do nível das referências de concreto ao longo de serviços e pesquisas.

Ficamos à disposição para quaisquer esclarecimentos adicionais.

Atenciosamente

Prof. Paulo R. Chamecki

Prof. Alessandro M. Kormann

FUNDESTAC ENG. DE FUNDAÇÕES LTDA.

Nós construímos segurança

SONDAGEM:

SPT1

Cliente:	LAME - UFPR	Data:	4/12/97
Obra:	Centro Politécnico - Área 2		
Local:	Centro Politécnico - Curitiba-Pr.	Ref:	

Nível d'água Inicial:	Escala:	1/100	Data Inicial:	4/12/97
Nível d'água Final:	0,20 m	Cota:	Data Final:	4/12/97

Nível d'água	Profundidade (m)	Penetração - 30 Cms			Gráfico de Penetração		Classificação do Material	Prof. camada (m)
		1a.+2a.	2a.+3a.	Acum. 2a.+3a.	Iniciais	Finais		
1	1,00 m	26	31	31			Aterro.	0,10 m
2	2,00 m	21	31	62			Argila pouco silteosa cor marrom clara, consistência dura	5,38 m
3	3,00 m	24	31	93				
4	4,00 m	26	35	128				
5	5,00 m	27	33	161			Argila arenosa, cor marrom clara, consistência dura, com presença de pedregulho.	8,37 m
6	6,00 m	28	32	193				
7	7,00 m	33	33/21	***			Impenetrável na cota -8,37m	
8	8,00 m	30	30/23	***				
9	9,00 m							
10	10,00 m						Trepanação 10 min.....0 cm 10 min.....0 cm 10 min.....0 cm	
11	11,00 m							
12	12,00 m							
13	13,00 m							
14	14,00 m							
15	15,00 m							
16	16,00 m							

Eng. Responsável: Eng. Samuel Lopes. Desenhista: Telmo. Sondador: Direção

Observações:
 Trado 0,00 metros
 Revestimento 2,00 metros.

FUNDESTAC-ENG. DE FUNDAÇÕES LTDA.

SAMUEL LOPES
 DIRETOR TÉCNICO

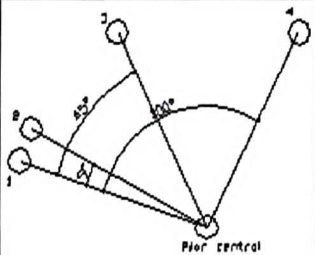
- CADERNETA DECAMPO

Medição de Direção Horizontal										Série de Medição:									
Base de Classificação:										Data:									
Tipo de Instrumento:										Temperatura:									
Número do Instrumento:										Observador:									
1	2	3			4			5			6			7			8	9	10
Es	Pv	PD			PI			Média			M. Red.			M. Total			d	v	v ²
		(°)	(')	(")	(°)	(')	(")	(°)	(')	(")	(°)	(')	(")	(°)	(')	(")			
C	1																		
	2																		
	3																		
	4																		
C	1																		
	2																		
	3																		
	4																		
C	1																		
	2																		
	3																		
	4																		
C	1																		
	2																		
	3																		
	4																		
Obs.:																			

- PLANILHA EXCEL PARA CÁLCULO DO DESVIO-PADRÃO

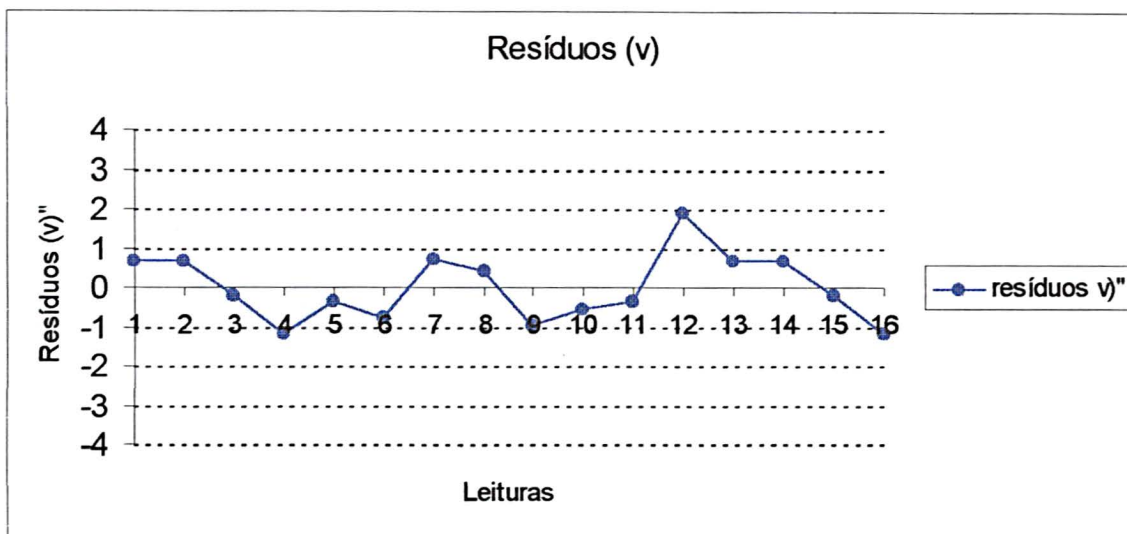
Classificação De Instrumentos Segundo a NBR-13133

Instrumento:			Temperatura Interna do pilar (central):			Temperatura Interna do pilar (2):		
Data:			Temperatura Interna do pilar (1):			Temperatura Interna do pilar (3):		
Observador da série (): Hora: . obs.:			Temperatura Interna do pilar (4):					
Observador da série (): Hora: obs.:			Temperatura Seca:					
Observador da série (): Hora: obs.:			Temperatura Úmida:					
Observador da série (): Hora: obs.:			Umidade relativa:					
Obs. O número de observações para cada série deverá ser maior que 2 e menor que 8.			s(n° de pontos)			Classificação #DIV/0!		
			n(n° de observações)					
			Hora de início:			Hora de término:		

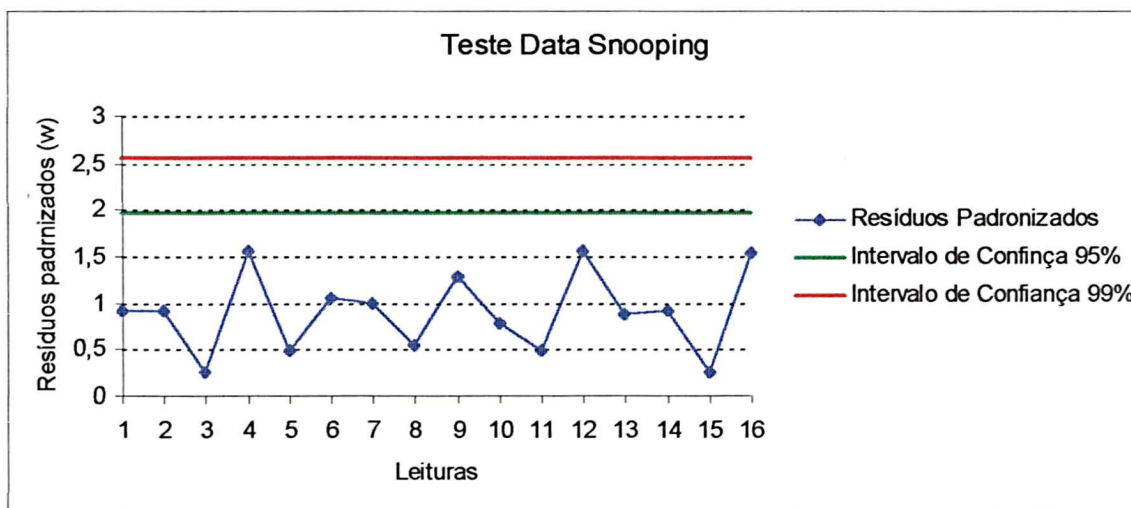
Série	PD			PI			Ângulos dos Pilares	Transformação de Média Em graus			d	d²	v	v²	S. [d²]	[dd]	[vv]	m (")
	(°)	(')	(")	(°)	(')	(")		(°)	(')	(")	0,0	0,00	#####	#####	FALSO	#####	####	#DIV/0!
1							0	0	0	0	0,0	0,00	#####	#####	Observação do instrumento:			
2							0	0	0	0	0,0	0,00	#####	#####				
3							0	0	0	0	s. [d]			[d]²				
4							0	0	0	0	0,0			0,00				
1							0	Observação dos ângulos:						d	d²	v	v²	Condições Ambientais:
2							0		0,0	0,00	#####	#####						
3							0		0,0	0,00	#####	#####						
4							0		s. [d]			[d]²						
1							90	 <p>Os ângulos são aprovados para graus</p>	d	d²	v	v²						
2							0		0,0	0,00	#####	#####						
3							0		0,0	0,00	#####	#####						
4							0		s. [d]			[d]²						
1							Ângulos dos Pilares	d	d²	v	v²							
2							0	0,0	0,00	#####	#####							
3							0	0,0	0,00	#####	#####							
4							0	s. [d]			[d]²							

- OBSERVAÇÕES REALIZADAS COM A ESTAÇÃO TOTAL TC-2002

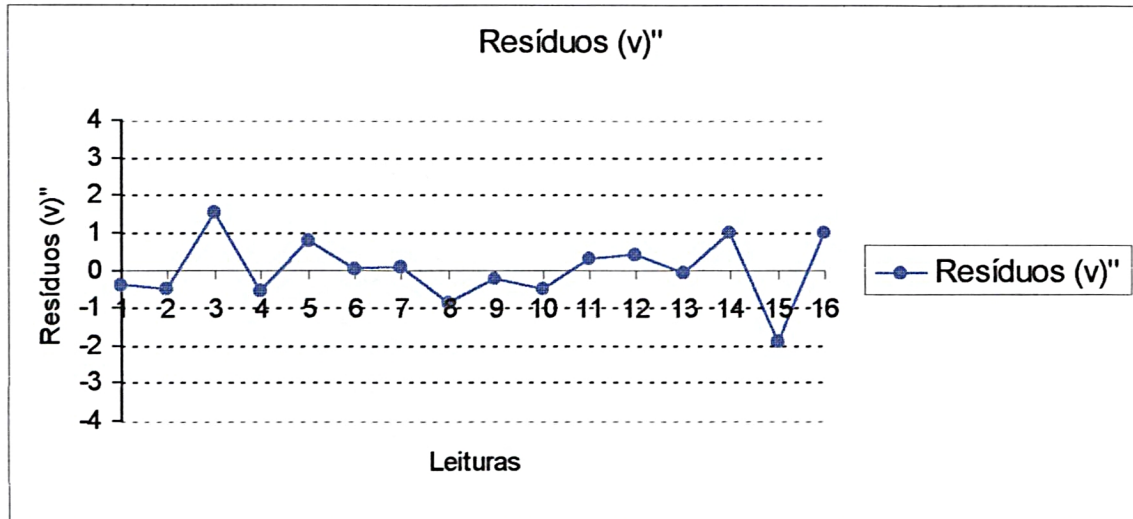
RESÍDUOS (v) X LEITURAS



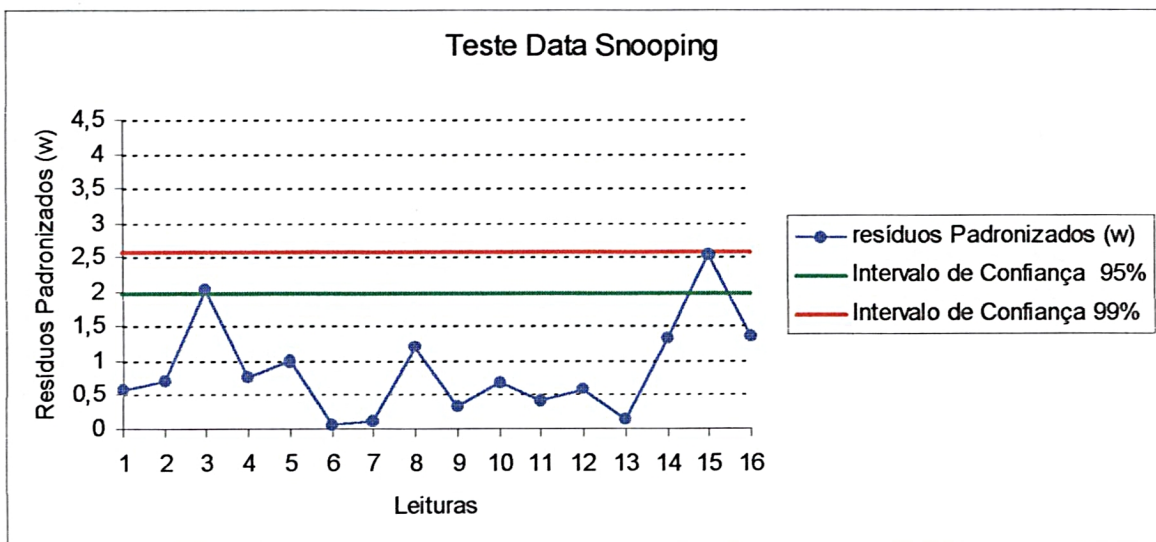
RESÍDUOS PADRONIZADOS (w) X LEITURAS



RESÍDUOS (V) X LEITURAS



RESÍDUOS PADRONIZADOS (W) X LEITURAS



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT. NBR 13133 - Execução de Levantamento Topográfico: procedimento. Rio de Janeiro, maio de 1994.
- ACKERMANN, F. Zuverlässigkeit photogrammetrischer Blöcke. **Zeitschrift für Vermessungswesen**. 106. Jahrgang, Heft 8, Seite 401 – 411. Aug. 1981.
- _____. Reliability and gross error detection in photogrammetric blocks. **Deutsdhe Geodätische Kommission bei der Bayerrischen Akademie der Wissenschaften**, Munchen, Reihe B: Angewandte Geodäsie, Heft 258/V, Seite 49 - 67, 1982.
- BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks. **Netherlands Geodetic Commission**, v. 2, n. 5, 1968.
- BERBERAN, A. Outlier detection and heterogeneous observations a simulation case study. **Australian Journal of Geodesy Photogrametry and Surveying**, n. 56, p. 49-61, june 1992.
- BRINKER R. C.; WOLF P. R. **Elementary Surveying**; New York: Thomas Y. Crowell Company, Inc. 1977.
- COOPER M. A. R. **Modern theodolites and levels**, Second edition, New York, 1982.
- COSTA NETO, P. O. **Estatística**. São Paulo, Ed. Edgard Blücher Ltda, 264 p. 1977
- EL-HAKIM, S. F. A pratical study of gross-error detection in bundle adjustment. **The Canadian Surveyor. Le Géomètre Canadien**, Ottawa, v. 35, n. 4, p. 373-386, Dec. 1981
- DEUMLICH F. **Surveying Instruments**. Walter de Gruyter, Berlin/New York; 1982.

Deutschers Institut für Normung. DIN. 18723 Teil 3: Feldverfahren zur Genauigkeitsuntersuchung Geodätischer Instrumente - Theodolite. Berlin, Juli 1990.

GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento das observações: Aplicações Geodésicas**, : Curitiba, Editora da UFPR, 1994

HARVEY, B. R. Theodolite Observations and Least Squares. School of Surveying University of New South Wales. The Australian Surveyor, june 1992.

HENNECKE/MÜLLER/WERNER; **Handbuch Ingenieurvermessung**. 2.Aufgabe, 2ª edição. 1994

JORDAN W. **Tratado general de Topografia**, Mexico, D. F., Ediciones G. Gilis. A.S. 1981

KAHMEN, H.; FAIG, W. Surveying. Berlin/New York; : Walter de Gruyter, 1988.

LEICK, A. **GPS Satellite Surveying**, 2nd ed., New York: Jhon Willey 1995

MARQUES, J. M. Análise estatística das discrepâncias parciais de uma rede de nivelamento de 1ª ordem. Curitiba, 1982 Dissertação de mestrado – Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná.

MORAES, C. V. Aplicação do ajustamento às poligonais. Curitiba, 1997. Dissertação de mestrado – Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná.

MUELLER I. I.; EICHHORN H. **Spherical and Practical Astronomy as Applied to Geodesy**. New York: Frederick Ungar Publishing Co., 1969.

MUELLER I. J.; RAMSAYER K. H. **Introduction to Surveying**. New York: Frederick Ungar Publishing Co. , 1979.

PACILEO NETTO N. Calibração de Medidores Eletrônicos de Distância: Construção de uma Base Multipilar da USP e Metodologia de Aferição. Tese

apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1990.

SPARTEL L. **Curso de Topografia** 6^a ed., Porto Alegre: Globo, 1978.

ZAKATOV, P. S. **Curso de Geodesia Superior**. Moscou: Editorial Mir, 1981.